

MODELO MAT 2020

INTRODUCCIÓN

La Universidad de Chile entrega a la comunidad educacional un Modelo de una forma de prueba semejante a la que se aplicará en el Proceso de Admisión 2020.

La portada de este Modelo contiene las instrucciones que aparecen en los folletos de cada forma de Prueba de Selección Universitaria PSU® a rendir.

El objetivo de esta publicación es poner a disposición de los estudiantes, profesores, orientadores y público en general, un ejemplar de prueba que contribuya al conocimiento de este instrumento de medición educacional.

Las preguntas aquí publicadas están referidas a los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios establecidos en el Marco Curricular, las cuales han sido aplicadas en diversos Procesos de Pilotaje y Procesos de Admisión; por lo tanto, constituyen un material fidedigno e idóneo para el conocimiento de la estructura y contenidos de la prueba.

Este Modelo de prueba ha sido elaborado por el Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educacional, DEMRE, de la Universidad de Chile, siendo de exclusiva propiedad intelectual de la universidad. El material podrá ser utilizado sin fines comerciales, manteniendo la integridad de su contenido y reconociendo su fuente y autor. Para citar este documento deberá indicarse: DEMRE / Universidad de Chile (2019). Modelo de Prueba de Matemática.

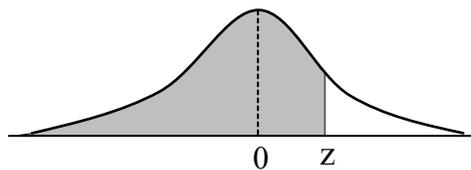
Disponible en <https://psu.demre.cl/publicaciones/modelos-resoluciones-pruebas>

MODELO MAT 2020

EN ESTA PRUEBA SE CONSIDERARÁ LO SIGUIENTE:

1. las figuras que aparecen son solo indicativas.
2. los gráficos que se presentan están dibujados en un sistema de ejes perpendiculares.
3. los números complejos i y $-i$ son las soluciones de la ecuación $x^2 + 1 = 0$.
4. si z es un número complejo, entonces \bar{z} es su conjugado y $|z|$ es su módulo.
5. el intervalo $[p, q]$ es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales a p y menores o iguales a q ; el intervalo $]p, q]$ es el conjunto de todos los números reales mayores que p y menores o iguales a q ; el intervalo $[p, q[$ es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales a p y menores que q ; y el intervalo $]p, q[$ es el conjunto de todos los números reales mayores que p y menores que q .
6. $(f \circ g)(x) = f(g(x))$
7. $\vec{v}(a, b)$ es un vector que tiene su punto de inicio en el origen del plano cartesiano y su punto final en el punto (a, b) , a menos que se indique lo contrario.
8. se entenderá por dado común a aquel que posee 6 caras y en el experimento de lanzarlo, sus caras son equiprobables de salir.
9. en el experimento de lanzar una moneda, sus dos opciones son equiprobables de salir, a menos que se indique lo contrario.
10. al aproximar una distribución binomial por una distribución normal no se considerará el factor de corrección por continuidad, a menos que se indique lo contrario.
11. para una variable aleatoria continua Z , tal que $Z \sim N(0, 1)$ y donde la parte sombreada de la figura adjunta representa a $P(Z \leq z)$, se usará la siguiente tabla:

z	$P(Z \leq z)$
0,67	0,749
0,99	0,839
1,00	0,841
1,15	0,875
1,28	0,900
1,64	0,950
1,96	0,975
2,00	0,977
2,17	0,985
2,32	0,990
2,58	0,995



Registro de Propiedad Intelectual N° 305593 – 2019.
Universidad de Chile.

Derechos reservados ©. Prohibida su reproducción total o parcial.

MODELO MAT 2020

INSTRUCCIONES PARA LAS PREGUNTAS DE SUFICIENCIA DE DATOS

En las preguntas de Suficiencia de Datos no se pide la solución al problema, sino que se decida si con los datos proporcionados tanto en el enunciado como en las afirmaciones (1) y (2) se puede llegar a la solución del problema.

Es así que se deberá marcar la opción:

- A) **(1) por sí sola**, si la afirmación (1) por sí sola es suficiente para resolver el problema, pero la afirmación (2) por sí sola no lo es,
- B) **(2) por sí sola**, si la afirmación (2) por sí sola es suficiente para resolver el problema, pero la afirmación (1) por sí sola no lo es,
- C) **Ambas juntas, (1) y (2)**, si ambas afirmaciones (1) y (2) juntas son suficientes para resolver el problema, pero ninguna de las afirmaciones por sí sola es suficiente,
- D) **Cada una por sí sola, (1) ó (2)**, si cada una por sí sola es suficiente para resolver el problema,
- E) **Se requiere información adicional**, si ambas afirmaciones juntas son insuficientes para resolver el problema y se requiere información adicional para llegar a la solución.

SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

$<$	es menor que	\cong	es congruente con
$>$	es mayor que	\sim	es semejante con
\leq	es menor o igual a	\perp	es perpendicular a
\geq	es mayor o igual a	\neq	es distinto de
\perp	ángulo recto	$//$	es paralelo a
\sphericalangle	ángulo	\in	pertenece a
\log	logaritmo en base 10	\overline{AB}	trazo AB
ϕ	conjunto vacío	$ x $	valor absoluto de x
\approx	es aproximado a	$x!$	factorial de x
\cup	unión de conjuntos	\cap	intersección de conjuntos
A^c	complemento del conjunto A	\vec{u}	vector u

MODELO MAT 2020

1. $\left(\frac{5}{9} - \frac{2}{5}\right) : \frac{14}{15} =$

A) $\frac{1}{14}$

B) $\frac{45}{56}$

C) $\frac{98}{675}$

D) $\frac{1}{6}$

E) $\frac{7}{10}$

2. Si $P = 1, \overline{76}$, ¿cuál es el valor de $10P$?

A) $10, \overline{76}$

B) $17, \overline{67}$

C) $17, \overline{76}$

D) $17, \overline{6}$

E) $17,6$

3. Si $n = 2,04$ y $p = 2,03$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) n es la aproximación por redondeo a la milésima de $2,03851$.

B) n es la aproximación por redondeo a la centésima de $2,03851$.

C) p es la aproximación por truncamiento a la milésima de $2,03851$.

D) p es la aproximación por redondeo a la centésima de $2,03851$.

E) n es la aproximación por truncamiento a la centésima de $2,03851$.

MODELO MAT 2020

4. Catalina, Gabriel y Daniela se repartieron \$ 64.800 de tal forma que Catalina recibió $\frac{5}{9}$ del total, Gabriel $\frac{3}{5}$ del dinero sobrante y Daniela el resto. ¿Cuál es la diferencia positiva entre los dineros recibidos por Catalina y Daniela?
- A) \$ 24.480
 - B) \$ 7.200
 - C) \$ 43.200
 - D) \$ 28.800
 - E) Ninguno de los valores anteriores
5. Si a la suma de dos números racionales distintos de cero se le suma la unidad, entonces el resultado es cero. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?
- I) Si uno de los números es negativo, entonces el otro es positivo.
 - II) Al sumar los inversos multiplicativos de cada uno de los números, el resultado es un número positivo.
 - III) La resta de los números es distinta de cero.
- A) Solo I
 - B) Solo III
 - C) Solo I y III
 - D) I, II y III
 - E) Ninguna de ellas

MODELO MAT 2020

6. Si $2^a \cdot 2^b \cdot 2^c = 256$, ¿cuál es el promedio entre a , b y c ?

A) $\frac{256}{3}$

B) $\frac{8}{3}$

C) 128

D) 8

E) Indeterminable con los datos dados

7. Cierta antibiótico tiene el efecto de reducir la población de bacterias en un organismo a la tercera parte cada 2 horas. Si m es la población inicial de bacterias cuando se aplica el antibiótico, ¿qué cantidad de bacterias habrá en el organismo al cabo de n horas, con n un número par distinto de cero?

A) $m - \left(\frac{1}{3}\right)^{0,5n}$

B) $m - 3^{-n}$

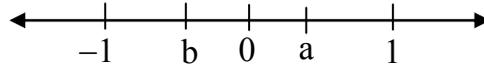
C) $m \cdot 3^{-2n}$

D) $m \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$

E) $m \cdot 3^{-0,5n}$

MODELO MAT 2020

8. Sean a y b dos números racionales ubicados en la recta numérica, como se muestra en la figura adjunta.



¿Cuál(es) de las siguientes desigualdades es (son) verdadera(s)?

I) $\frac{1}{a} > 1$

II) $a + b < 1$

III) $-a \cdot b > 0$

- A) Solo I
 B) Solo II
 C) Solo I y II
 D) Solo II y III
 E) I, II y III

9. Sean m y n números enteros, se puede determinar que $3^{n^2 - m^2}$ es igual a 81, si se sabe que:

(1) $n - m = 2$

(2) $\frac{3^n}{3^{-m}} = 9$

- A) (1) por sí sola
 B) (2) por sí sola
 C) Ambas juntas, (1) y (2)
 D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 E) Se requiere información adicional

10. $(\sqrt{5+2\sqrt{6}} + \sqrt{5-2\sqrt{6}})^2 =$

- A) $10\sqrt{6}$
- B) $10 + 4\sqrt{6}$
- C) 10
- D) 24
- E) 12

11. Si se considera que $\log 2 \approx 0,3$ y que $\log 3 \approx 0,5$, ¿cuál de los siguientes valores es igual a $\log \sqrt{6}$?

- A) 0,4
- B) 0,65
- C) 0,075
- D) $\sqrt{0,8}$
- E) $\sqrt{0,15}$

12. ¿En cuál(es) de las siguientes opciones la expresión puede representar un número racional?

- I) $\sqrt{2x}$, siendo x un número entero impar y positivo.
- II) $(x + \sqrt{2})^2$, siendo x un número racional positivo.
- III) $x + \sqrt{2}$, siendo x un número irracional.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) I, II y III

MODELO MAT 2020

13. En la recta numérica, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera respecto a los números entre 6,0 y 6,1 (sin incluirlos)?

- A) Existen infinitos números racionales y existen infinitos números irracionales.
- B) Existe solo un número racional y no existen números irracionales.
- C) No existen números reales.
- D) Existen infinitos números racionales y existe solo un número irracional.
- E) Existen infinitos números racionales y no existen números irracionales.

14. ¿Cuál de los siguientes números es igual al número complejo $\frac{(1-i)^9}{(1-i)^7}$?

- A) $-2i$
- B) 2
- C) $\frac{1-i}{1+i}$
- D) 0
- E) $2-2i$

15. Considere los números complejos $z_1 = a - bi^m$ y $z_2 = a - bi^n$, con a y b números reales distintos de cero, con m y n números enteros mayores o iguales a cero. ¿Con cuál de las siguientes condiciones $(z_1 - z_2)$ es **siempre** igual a cero?

- A) $|m-n| = 3$
- B) $|m-n| = 2$
- C) $m = 2n$
- D) $m = 4 + n$
- E) $m = 2 + n$

MODELO MAT 2020

16. Considere tres números complejos, cada uno con parte imaginaria distinta de cero. Si la suma de estos tres números es cero, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

- I) La parte real de cada uno de los números complejos es distinta de cero.
- II) Uno de estos números complejos es el conjugado de alguno de los otros dos.
- III) La suma de los conjugados de estos números complejos es cero.

- A) Solo I
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

17. Sea el número complejo $z = a + bi$, con a y b números reales distintos de cero, tal que $a > b$. Se puede determinar los valores de a y b , si se sabe que:

- (1) $\sqrt{13}$ es el módulo de z .
- (2) a y b son números enteros y $a + b = 5$.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

MODELO MAT 2020

18. Si $P = x^2 + 4ax + a^2$, ¿cuál(es) de las siguientes expresiones se puede(n) factorizar como un cuadrado de binomio perfecto?

I) $P + 3x^2$

II) $P - a^2$

III) $P - 6ax$

A) Solo I

B) Solo II

C) Solo I y III

D) Solo II y III

E) I, II y III

19. Dada la ecuación en x , $ax + b = c$, con $a > b > c > 0$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) La solución de la ecuación es positiva.

II) La ecuación siempre tiene solución.

III) La solución de la ecuación es menor que 1.

A) Solo I

B) Solo II

C) Solo I y II

D) Solo II y III

E) I, II y III

MODELO MAT 2020

20. El día lunes un artesano vendió 15 aros y 10 collares, obteniendo \$ 90.000 de recaudación entre ellos. El martes el artesano vendió 6 aros y 8 collares, recaudando entre ellos \$ 60.000. Si el artesano no cambió los precios de los aros y collares de un día a otro, ¿a qué valor está vendiendo cada collar?

- A) \$ 2.000
- B) \$ 6.000
- C) \$ 2.400
- D) \$ 8.000
- E) \$ 15.000

21. En el sistema de ecuaciones en x e y ,
$$\begin{cases} px + qy = p \\ qx + py = q \end{cases}$$
, con p y q números enteros

positivos, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) Si $p = q$, entonces el sistema tiene infinitas soluciones.
- II) Si $p \neq q$, entonces el sistema tiene solución única.
- III) El sistema siempre tiene una única solución.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) Solo II y III

MODELO MAT 2020

22. Si la ecuación en x , $(5x - n)^2 = 0$ tiene como solución $x = 2$, ¿cuál es el valor de n ?

- A) 10
- B) -8
- C) 12
- D) $\sqrt{96}$
- E) $\sqrt{6}$

23. La expresión $P - \frac{Q}{R}t^2$ representa el volumen de agua, en m^3 , que queda en un pozo en el instante t , en segundos, desde que el pozo está en su máxima capacidad. Si P , Q y R son constantes positivas, ¿cuál de las siguientes expresiones representa la cantidad de segundos que el pozo tarda en quedarse sin agua?

- A) $\frac{PR}{Q}$
- B) $-\sqrt{\frac{PR}{Q}}$
- C) $\sqrt{\frac{PR}{Q}}$
- D) $\sqrt{\frac{-PR}{Q}}$
- E) $\frac{PQ}{R}$

MODELO MAT 2020

24. Sean a , b , c , d y e números reales, con a y e distintos de cero. Si el número complejo $(d + ei)$ es raíz de la ecuación $ax^2 - bx + c = 1$, en x , ¿cuál de las siguientes desigualdades es **siempre** verdadera?

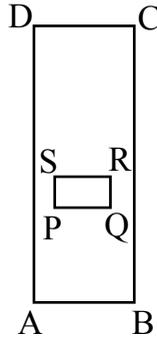
- A) $b^2 - 4ac < -4$
- B) $-b^2 - 4ac < 0$
- C) $b^2 - 4ac < -4c$
- D) $b^2 - 4ac < 4$
- E) $b^2 - 4ac < -4a$

25. Si $0 < a < b$, ¿cuál es el conjunto solución del sistema $\left. \begin{array}{l} ax + b > 0 \\ a + bx < 0 \end{array} \right\}$, en x ?

- A) $\left[-\frac{b}{a}, -\frac{a}{b} \right]$
- B) $\left] -\frac{b}{a}, -\frac{a}{b} \right[$
- C) $\left] \frac{a}{b}, \frac{b}{a} \right[$
- D) $\left] \frac{b}{a}, \frac{a}{b} \right[$
- E) $\left[\frac{a}{b}, \frac{b}{a} \right]$

MODELO MAT 2020

26. La figura adjunta muestra dos rectángulos tal que $\overline{PQ} \parallel \overline{AB}$, $AD = 10$ cm, $AB = 3$ cm, $PQ = (2x + 1)$ cm y $QR = (x + 3)$ cm.

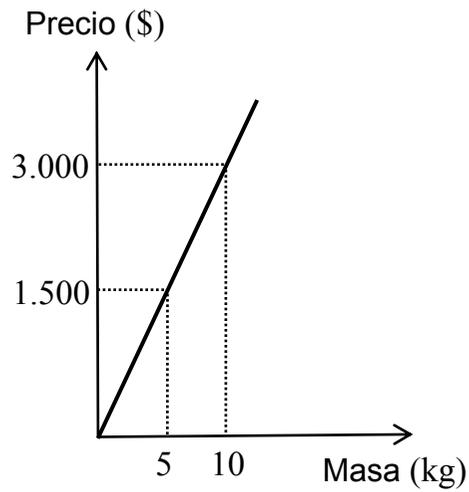


Si las medidas de los lados del rectángulo PQRS son menores que las medidas de los lados del rectángulo ABCD, ¿cuál de los siguientes conjuntos contiene a todos y únicamente los posibles valores de x ?

- A) $\left] -\frac{1}{2}, 1 \right[$
- B) $\left] -\infty, 7 \right[$
- C) $\left] 1, 7 \right[$
- D) $\left] 0, 3 \right[$
- E) $\left] -\infty, 1 \right[$
27. Se puede determinar la medida de los lados de un rectángulo cuyo perímetro es 60 cm, si se sabe que:
- (1) la medida del lado menor es un tercio de la medida del lado mayor.
 - (2) el doble, de la medida del lado menor aumentada en 2,5 cm, es igual a la medida del lado mayor, disminuida en 2,5 cm.
- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

MODELO MAT 2020

28. La recta de la figura adjunta modela el precio del azúcar en función de la masa del azúcar. El precio de 2 kg de azúcar es igual al de 3 kg de harina.



Si la relación entre el precio de la harina y su masa se modela por una función lineal, ¿cuál de las siguientes funciones permite determinar el precio de x kg de harina?

- A) $f(x) = 100x$
- B) $g(x) = 500x$
- C) $h(x) = 200x$
- D) $m(x) = 300x$
- E) $j(x) = 450x$

MODELO MAT 2020

29. Una empresa de mantención de equipos eléctricos cobra un costo fijo mensual de \$ 200.000 y \$ 5.000 por cada visita que su técnico realice en el mes. Si una fábrica contrata los servicios de esta empresa, ¿cuál de las siguientes funciones modela el cobro total, en pesos, del servicio para x visitas en el mes?

- A) $f(x) = 205.000x$
- B) $g(x) = 200.000 - 5.000x$
- C) $h(x) = 200.000x + 5.000$
- D) $p(x) = 5.000x + 200.000$
- E) $q(x) = 5.000x - 200.000$

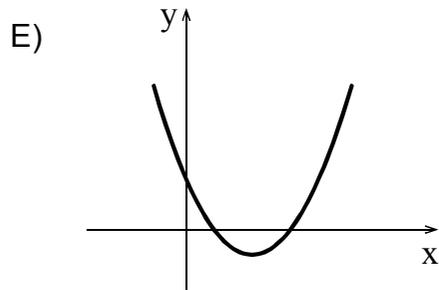
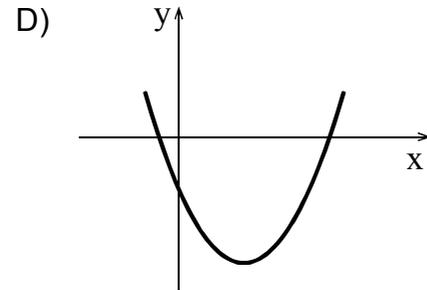
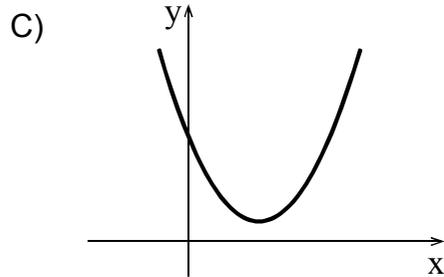
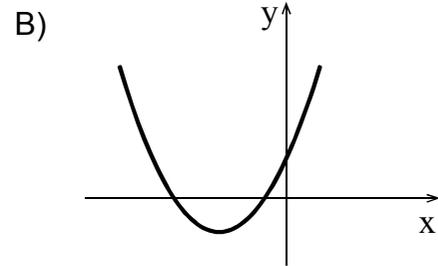
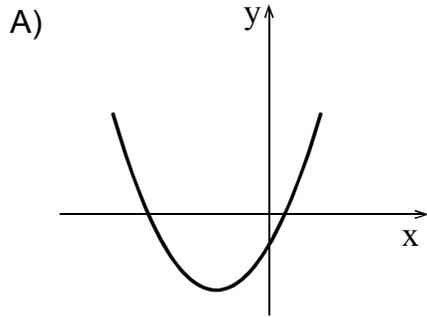
30. Sean f y h funciones, ambas con dominio el conjunto $]0, \infty[$, definidas por $f(x) = 3\log x$ y por $h(x) = \log x + 3$ y sea la función g , con dominio el conjunto $] -3, \infty[$, definida por $g(x) = \log (x + 3)$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) Las gráficas de f , h y g intersectan en puntos distintos al eje x .
- II) De las gráficas de las tres funciones solo la gráfica de g intersecta al eje y .
- III) Si $x = 1$, entonces $f(x) < h(x) = g(x)$.

- A) Solo II
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

MODELO MAT 2020

31. Considere la función f cuyo dominio es el conjunto de los números reales, definida por $f(x) = ax^2 + 5x + 3c$, con $a > 0$ y $ac = -8$. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa mejor a la gráfica de f ?



MODELO MAT 2020

32. ¿Cuál(es) de las siguientes relaciones se puede(n) modelar mediante una función cuadrática?

- I) El volumen de los cilindros de radio basal 5 cm en función de su altura x .
- II) La medida de un lado de los rectángulos de área 36 unidades cuadradas en función de la medida del otro lado x .
- III) La medida de la diagonal de los cuadrados en función de su lado x .

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) Ninguna de ellas

33. Sea f una función, cuyo dominio es $\mathbb{R} - \{-5\}$, definida por $f(x) = \frac{2x - 3}{x + 5}$. ¿Cuál de las siguientes funciones corresponde a su inversa?

- A) $g(x) = \frac{x + 5}{2x - 3}$, con dominio $\mathbb{R} - \left\{\frac{3}{2}\right\}$
- B) $h(x) = \frac{5x + 3}{2 - x}$, con dominio $\mathbb{R} - \{2\}$
- C) $r(x) = \frac{8}{2 - x}$, con dominio $\mathbb{R} - \{2\}$
- D) $s(x) = \frac{x + 5}{2x - 3}$, con dominio $\mathbb{R} - \left\{\frac{3}{2}, -5\right\}$
- E) $t(x) = \frac{5x + 3}{2 - x}$, con dominio $\mathbb{R} - \{2, -5\}$

MODELO MAT 2020

34. Una persona paga en un año \$ 48.000 de interés por un préstamo conseguido al 5% de interés compuesto anual. Otra persona paga el mismo monto, habiendo conseguido un préstamo al 4% de interés compuesto anual. ¿Cuál de los siguientes valores es la diferencia entre los préstamos obtenidos por ambas personas?
- A) \$ 38.400
 - B) \$ 60.000
 - C) \$ 576.000
 - D) \$ 480.000
 - E) \$ 240.000
35. Sea f una función, con dominio el conjunto de los números reales, definida por $f(x) = (x - 5)^3 + 3$. Si g , h , k , m y n son funciones, todas con dominio el conjunto de los números reales, ¿con cuál de las siguientes traslaciones se obtiene la gráfica de f ?
- A) Trasladar la gráfica de $g(x) = x^3 + 3$, cinco unidades horizontalmente hacia la izquierda.
 - B) Trasladar la gráfica de $h(x) = (x - 2)^3 + 3$, tres unidades horizontalmente hacia la izquierda.
 - C) Trasladar la gráfica de $m(x) = x^3$, cinco unidades horizontalmente hacia la izquierda y tres unidades verticalmente hacia arriba.
 - D) Trasladar la gráfica de $k(x) = (x - 5)^3 - 1$, cuatro unidades verticalmente hacia arriba.
 - E) Trasladar la gráfica de $n(x) = x^3 - 5$, tres unidades verticalmente hacia arriba.

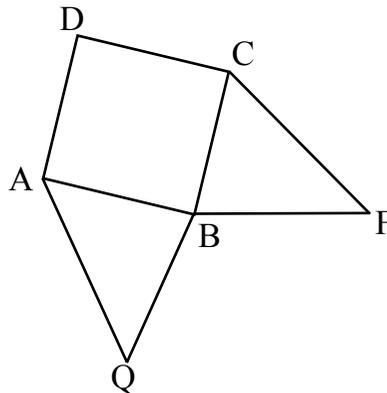
MODELO MAT 2020

36. Sea la función $f(x) = \sqrt{px - 6}$, cuyo dominio es $\left[\frac{6}{p}, \infty\right)$, con $p > 0$. Se puede determinar el valor de la constante p , si se sabe que:

- (1) $f(2.010) = 2$
- (2) la gráfica de f intersecta al eje x en el punto $(1.206, 0)$.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

37. En la figura adjunta $ABCD$ es un cuadrado, $AQ = CF$, $\sphericalangle QAB = \sphericalangle FCB = 70^\circ$ y $\sphericalangle QBF = 3 \cdot \sphericalangle CBF$.



¿Cuánto mide el $\sphericalangle AQB$?

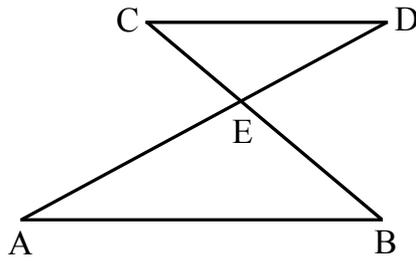
- A) 54°
- B) 56°
- C) 40°
- D) $67,5^\circ$
- E) $42,5^\circ$

MODELO MAT 2020

38. ¿Cuál de los siguientes puntos del plano cartesiano está más distante del punto $(2, 3)$?
- A) $(-1, 3)$
 - B) $(4, 5)$
 - C) $(0, 4)$
 - D) $(5, 4)$
 - E) $(2, 6)$
39. Considere los vectores \vec{u} y \vec{v} tal que $\vec{u} + \vec{v} = (-4, -1)$ y $2\vec{u} - \vec{v} = (10, -11)$. ¿Cuál de las siguientes coordenadas corresponde a \vec{v} ?
- A) $(2, -4)$
 - B) $(-6, 3)$
 - C) $(6, -12)$
 - D) $\left(-\frac{26}{3}, \frac{7}{3}\right)$
 - E) $\left(-9, \frac{9}{2}\right)$
40. Un vértice de un rombo de perímetro 20 unidades, está en $A(4, 3)$. Si se sabe que, exactamente, dos vértices del rombo tienen abscisa negativa y uno de estos dos tiene la ordenada igual a la ordenada del punto A, ¿cuál de las siguientes coordenadas corresponde a uno de los vértices mencionados?
- A) $(-4, 3)$
 - B) $(-2, 3)$
 - C) $(4, -3)$
 - D) $(4, -2)$
 - E) $(-1, 3)$

MODELO MAT 2020

43. En la figura adjunta $\overline{CD} \parallel \overline{AB}$, $CD = 8$ cm, $EC = 4$ cm y $CB = 10$ cm.

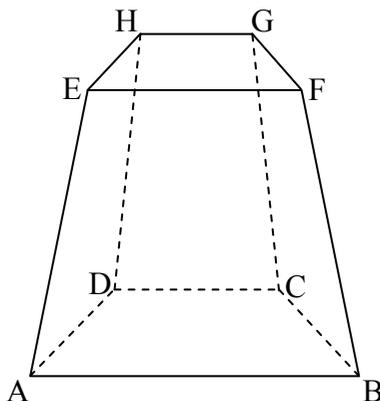


¿Cuál es la medida de \overline{AB} ?

- A) 3 cm
- B) 12 cm
- C) 10 cm
- D) $\frac{16}{3}$ cm
- E) 20 cm

MODELO MAT 2020

44. En la figura adjunta se muestra un tronco de pirámide cuyas bases son paralelas y ABCD es un trapecio isósceles.



¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) $\frac{\text{Perímetro } ABCD}{\text{Perímetro } EFGH} = \frac{BD}{EG}$

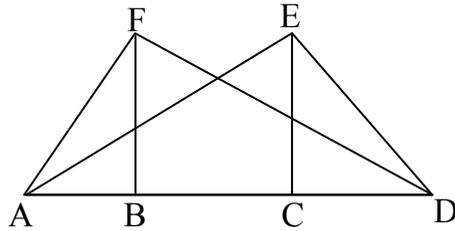
II) $\frac{\text{Área } ABCD}{\text{Área } EFGH} = \frac{BC}{FG} \cdot \frac{AD}{EH}$

III) Los triángulos ABD y EFH son semejantes.

- A) Solo I
 B) Solo II
 C) Solo III
 D) Solo I y II
 E) I, II y III

MODELO MAT 2020

45. En la figura adjunta los triángulos ADF y ADE son rectángulos en F y E, respectivamente, \overline{FB} y \overline{EC} son sus alturas y miden lo mismo.



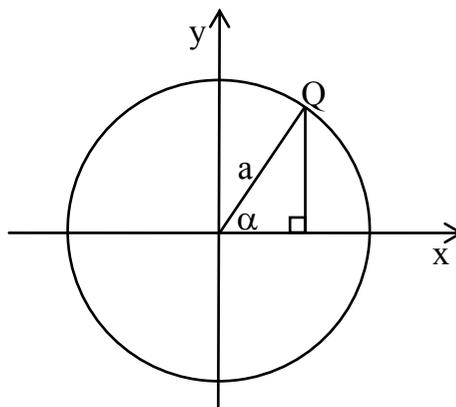
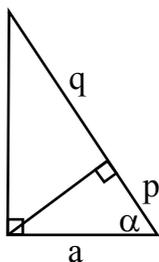
¿Cuál(es) de las siguientes expresiones es (son) **siempre** igual(es) a la medida del segmento BC?

- I) $AD - 2AB$
 - II) $AD - (2(EC)^2 : AC)$
 - III) $AD - (BF - EC)$
- A) Solo II
 - B) Solo I y II
 - C) Solo I y III
 - D) Solo II y III
 - E) I, II y III

MODELO MAT 2020

46. En la figura adjunta se muestra el triángulo P y la circunferencia de centro en el origen del sistema de ejes coordenados.

Triángulo P

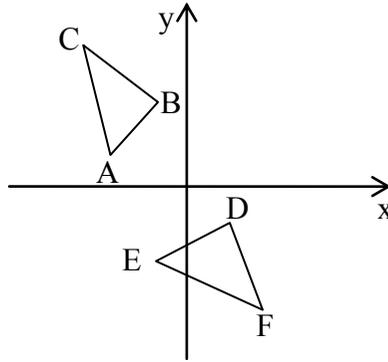


Si $Q(x, y)$ es un punto de la circunferencia, ¿cuáles de las siguientes coordenadas corresponde al punto Q, en función de p y q?

- A) (p, \sqrt{pq})
- B) $(p, \sqrt{p(p+q)})$
- C) (q, \sqrt{pq})
- D) (q, pq)
- E) (p, pq)

MODELO MAT 2020

47. En el plano cartesiano de la figura adjunta se ubican los triángulos ABC y DEF.



Se puede determinar que estos triángulos son congruentes, si se sabe que:

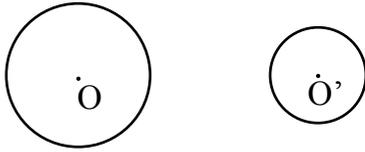
- (1) los triángulos son semejantes de razón 1.
- (2) el triángulo DEF se obtiene de una o más transformaciones isométricas del triángulo ABC.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

MODELO MAT 2020

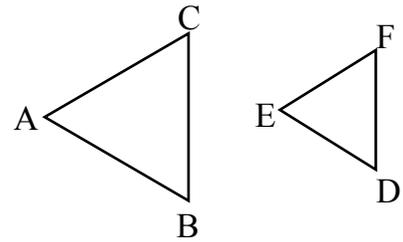
48. ¿En cuál(es) de los siguientes pares de figuras, en el plano, una puede ser la imagen de la otra, producto de una homotecia?

I)



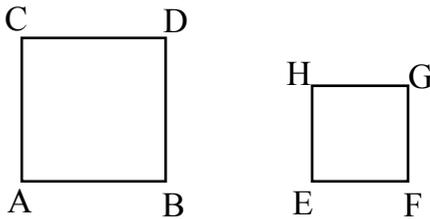
Las circunferencias de centro O y O' tienen distinto radio.

II)



Los triángulos ABC y EDF son equiláteros no congruentes, donde $\overline{BC} \parallel \overline{DF}$.

III)



En los cuadrados $ABDC$ y $EFGH$, se tiene que $\overline{AD} \parallel \overline{EG}$.

- A) Solo en I
- B) Solo en I y en II
- C) Solo en II y en III
- D) En I, en II y en III
- E) En ninguno de ellos

MODELO MAT 2020

49. Al triángulo de vértices $A(-2, 3)$, $B(1, 2)$ y $C(4, 6)$ se le aplicó una homotecia con centro el punto $(0, 0)$ y razón -3 , obteniéndose el triángulo de vértices D , E y F . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) Los lados homólogos de los triángulos son paralelos entre sí.
- B) La imagen de B es $(-3, -6)$.
- C) El triángulo DEF es semejante al triángulo ABC .
- D) El área del triángulo DEF es menor que el área del triángulo ABC .
- E) La imagen de C está en el tercer cuadrante.

50. ¿Para cuál(es) valor(es) de p las rectas de ecuación $\frac{x-1}{p} = \frac{2-y}{p}$ y $\frac{x-1}{1-p} = \frac{y-2}{2}$ son perpendiculares?

- A) Solo para el 3
- B) Solo para el 1
- C) Solo para el -1
- D) Solo para el -3
- E) Para el 0 y el -1

MODELO MAT 2020

51. Un cuadrilátero tiene como vértices los puntos $A(0, 0)$, $B(a, 0)$, $C(a, b)$ y $D(0, b)$. Si a y b son números reales positivos, ¿cuál de las siguientes expresiones representa **siempre** la suma de las medidas de sus diagonales?

A) $\sqrt{2(a^2 + b^2)}$

B) $2\sqrt{a^2 + b^2}$

C) $2(a + b)$

D) $2(a^2 + b^2)$

E) $\sqrt{2}(a + b)$

52. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones corresponde a la recta que pasa por los puntos $(-2, 0)$ y $(0, 3)$?

A) $y = \frac{3}{2}x + 3$

B) $y = -\frac{3}{2}x + 3$

C) $y = -\frac{2}{3}x - 2$

D) $y = \frac{3}{2}x - 3$

E) $y = \frac{2}{3}x + 3$

MODELO MAT 2020

53. Considere las rectas L_1 y L_2 de ecuaciones $L_1: y = ax + b$ y $L_2: y = cx + d$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) Si $a = c$ y $b \neq d$, entonces L_1 y L_2 son paralelas no coincidentes.
- II) Si $ac = -1$ y $b > d$, entonces las rectas se intersectan en el primer cuadrante.
- III) Si $b = d$ y $c \neq a$, entonces L_1 y L_2 se intersectan en el punto $(0, b)$.

- A) Solo I
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) I, II y III

54. Si los puntos $A(p, 0)$ y $B(0, q)$ son los puntos de intersección de la recta L con los ejes coordenados, donde p y q son números reales distintos de cero, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

- A) La pendiente de L es $\frac{q}{p}$.
- B) El punto $P(p, q)$ pertenece a L .
- C) Si $pq < 0$, entonces L tiene pendiente negativa.
- D) La ecuación $y = q\left(1 - \frac{x}{p}\right)$ representa a L .
- E) L pasa por el origen del sistema de ejes coordenados.

MODELO MAT 2020

55. Sean los puntos $P(2, 0, 5)$ y $Q(3, n, 7)$ en el sistema de coordenadas tridimensional. ¿Para cuál de los siguientes valores de n , la distancia entre P y Q es 3 unidades?
- A) Para el 4
 - B) Para el 2
 - C) Para el 6
 - D) Para el $\sqrt{14}$
 - E) Para el 0
56. Una ecuación vectorial de la recta L está dada por $(x, y) = (6, 2) + \lambda(2, 3)$, donde λ pertenece al conjunto de los números reales. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones corresponde a una ecuación cartesiana de la recta L ?
- A) $3x - 2y = 14$
 - B) $3x - 2y = 4$
 - C) $3x + 2y = -22$
 - D) $3x + 2y = 22$
 - E) Ninguna de las anteriores
57. Si un rectángulo de lados a cm y b cm, con $a \neq b$, se gira indefinidamente en torno a su lado de medida b cm, ¿cuál es el área total del cuerpo que se genera en cm^2 ?
- A) $2a\pi(a + b)$
 - B) $2ab\pi$
 - C) $4a\pi(2a + b)$
 - D) $ab\pi$
 - E) $a\pi\left(\frac{1}{2} + b\right)$

MODELO MAT 2020

58. Una recta de ecuación $y = mx + n$ interseca a los ejes coordenados en los puntos R y S. Se puede determinar la distancia de R a S, si se conoce el valor de:

(1) m y las coordenadas de un punto de la recta.

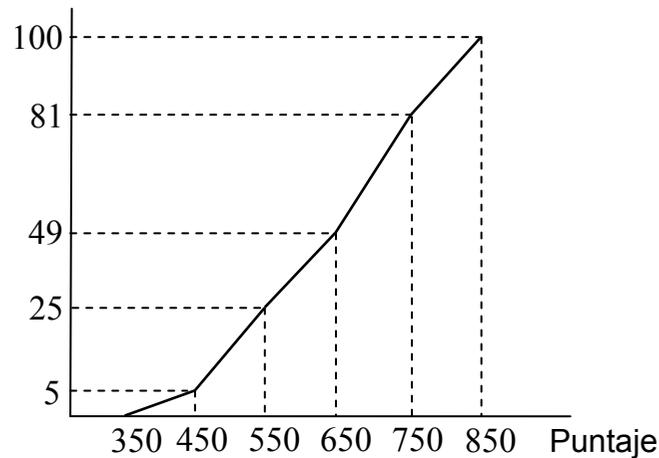
(2) n y se sabe que la recta pasa por $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

MODELO MAT 2020

59. En la ojiva de la figura adjunta se muestra la distribución de los puntajes de 300 estudiantes en una prueba, donde los intervalos del gráfico son de la forma $[a, b[$, excepto el último que es de la forma $[c, d]$.

Frecuencia acumulada porcentual



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

- A) El intervalo modal es $[750, 850]$.
- B) Solo 49 estudiantes obtuvieron menos de 650 puntos.
- C) 181 estudiantes obtiene más de 650 puntos.
- D) La mediana de los puntajes se encuentra en el intervalo $[750, 850]$.
- E) Un 25% de los estudiantes obtiene menos de 550 puntos.

MODELO MAT 2020

60. En la tabla adjunta se muestra, en intervalos, el tiempo que los usuarios utilizaron un computador de una biblioteca durante un fin de semana.

Tiempo en minutos	Número de usuarios
$[0, 5[$	45
$[5, 10[$	38
$[10, 15[$	30
$[15, 20[$	45
$[20, 25[$	36
$[25, 30]$	15

Según los datos de la tabla, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) Hubo un total de 209 usuarios ese fin de semana.
- B) Los intervalos modales son $[0, 5[$ y $[15, 20[$.
- C) Hubo 158 usuarios que utilizaron un computador a lo menos 20 minutos.
- D) Hubo 96 usuarios que utilizaron un computador 15 o más minutos.
- E) La mediana se encuentra en el intervalo $[10, 15[$.

MODELO MAT 2020

61. En la tabla adjunta se muestra la distribución de todos los datos del ausentismo laboral que se registra durante un año en una empresa.

Cantidad de días de ausencias	Cantidad de trabajadores	Frecuencia relativa de la cantidad de trabajadores
$[0, 3[$	15	Q
$[3, 6[$	5	0,2
$[6, 9[$	P	0,12
$[9, 12]$	2	R

Según los datos de la tabla, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) Hubo un total de 25 ausencias durante ese año.
 - II) Un 60% de los trabajadores se ausentó menos de 3 días ese año.
 - III) 20 trabajadores faltaron menos de 6 días a su trabajo ese año.
-
- A) Solo I
 - B) Solo II
 - C) Solo III
 - D) Solo I y II
 - E) Solo II y III

MODELO MAT 2020

62. Se realizó el experimento de lanzar dos dados 200 veces, anotando la suma de los puntos obtenidos. El resultado de la suma de los resultados en cada lanzamiento se muestra en la tabla adjunta.

Suma de puntos	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Frecuencia	10	18	13	19	26	24	25	16	20	17	12

¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) El primer cuartil de la suma de los puntos es 5 puntos.
- II) El tercer quintil de la suma de los puntos es 8 puntos.
- III) El percentil 54 de la suma de los puntos es 7 puntos.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

63. ¿Cuántas muestras de tamaño 2, 3, 4, 5 ó 6, sin orden y sin reposición, se pueden obtener en total de un conjunto de 7 elementos?

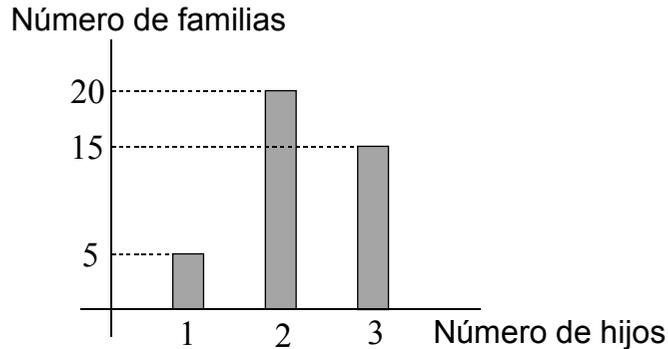
- A) $\binom{7}{2} + \binom{7}{3} + \binom{7}{4} + \binom{7}{5} + \binom{7}{6}$
- B) $\binom{7}{2} \cdot \binom{7}{3} \cdot \binom{7}{4} \cdot \binom{7}{5} \cdot \binom{7}{6}$
- C) $7 \cdot 6 + 7 \cdot 6 \cdot 5 + 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 + 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 + 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$
- D) $7^2 + 7^3 + 7^4 + 7^5 + 7^6$
- E) $7^2 \cdot 7^3 \cdot 7^4 \cdot 7^5 \cdot 7^6$

MODELO MAT 2020

64. Sean 4,0; 6,0; 4,0; 6,0 y 5,0 cinco notas de estudiantes del 4°A de un colegio y sean 4,0; 4,0; 5,0; 2,0 y 5,0 cinco notas de estudiantes del 4°B del mismo colegio. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
- A) La media aritmética de las cinco notas del 4°B es mayor que la media aritmética de las cinco notas del 4°A.
 - B) La desviación estándar de las cinco notas del 4°A es mayor que la desviación estándar de las cinco notas del 4°B.
 - C) El percentil 50 de las cinco notas del 4°A es mayor que el percentil 50 de las cinco notas del 4°B.
 - D) El rango de las cinco notas del 4°B es igual que el rango de las cinco notas del 4°A.
 - E) Si a las cinco notas del 4°A se le agrega una nota 6,0, entonces el promedio de estas notas no varía respecto a las notas originales.

MODELO MAT 2020

65. El número de hijos que tienen todas las familias asistentes a una reunión se resume en el gráfico de la figura adjunta.

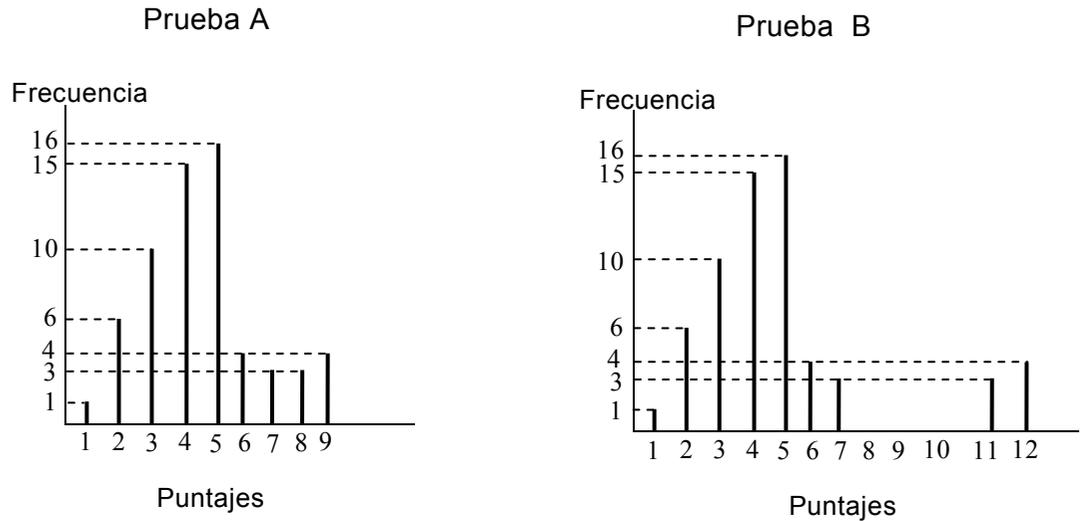


En relación con este gráfico, ¿cuál es la varianza del número de hijos de este grupo de familias?

- A) $\frac{5 \cdot (1,25)^2 + 20 \cdot (0,25)^2 + 15 \cdot (0,75)^2}{40}$
- B) $\frac{20 \cdot 1^2 + 20 \cdot 0^2}{40}$
- C) $\frac{(1,25)^2 + (0,25)^2 + (0,75)^2}{40}$
- D) $\frac{5 \cdot 1^2 + 20 \cdot 2^2 + 15 \cdot 3^2}{40}$
- E) $5 \cdot (1,25)^2 + 20 \cdot (0,25)^2 + 15 \cdot (0,75)^2$
66. Considere los datos de la población $(a + 6)$, $(a + 3)$, $(a + 5)$ y $(a + 2)$, con $a \neq 0$. ¿Cuál es la desviación estándar de estos datos?
- A) $a + 4$
- B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- C) $\sqrt{2,5} + a$
- D) $\sqrt{18,5}$
- E) $\sqrt{2,5}$

MODELO MAT 2020

67. En los gráficos de la figura adjunta están representados los puntajes obtenidos en dos pruebas, A y B.



¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones se puede(n) deducir de la figura, con respecto a los puntajes obtenidos en la prueba A y en la prueba B?

- I) Sus promedios son iguales.
 - II) Sus medianas son distintas.
 - III) La desviación estándar de los puntajes obtenidos en la prueba B es mayor que la de los puntajes obtenidos en la prueba A.
- A) Solo I
 - B) Solo II
 - C) Solo III
 - D) Solo I y III
 - E) I, II y III

MODELO MAT 2020

68. Una población de 2.000 estudiantes de un liceo obtuvo en promedio 575 puntos en una prueba, con una desviación estándar de 100 puntos. Los puntajes de la prueba obtenidos por estos estudiantes se modelan a través de una distribución normal. Según este modelo, ¿cuál es el número de estudiantes que obtuvo al menos 475 puntos y como máximo 775 puntos?
- A) 1.636
 - B) 818
 - C) 977
 - D) 300
 - E) 1.136
69. En la escala de notas que utiliza un colegio la nota mínima es un 1 y la nota máxima es un 7. Se puede determinar el rango de las notas obtenidas por los estudiantes de este colegio en una prueba, si se sabe que:
- (1) tres estudiantes obtuvieron la nota máxima al que podría llegar en la prueba.
 - (2) el promedio entre la nota más alta alcanzada en la prueba y la nota más baja obtenida, es 4.
- A) (1) por sí sola
 - B) (2) por sí sola
 - C) Ambas juntas, (1) y (2)
 - D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 - E) Se requiere información adicional

MODELO MAT 2020

70. Las n personas de un grupo salen al mismo tiempo y desde un mismo lugar hacia un punto determinado. Al término del recorrido estas personas deben pasar, de una en una, por una misma puerta. Si durante el trayecto se retira la décima parte de las personas que salieron del lugar, no reintegrándose al grupo, ¿de cuántas formas distintas se pueden ordenar para cruzar por la puerta las personas que completan el recorrido?

A) $n! - \frac{n}{10}$

B) $n! - \frac{n}{10}!$

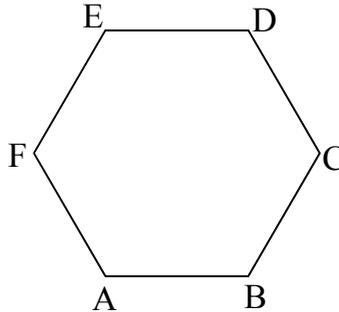
C) $\left(n - \frac{n}{10}\right)!$

D) $\left(n - \frac{1}{10}\right)!$

E) $n! - \frac{1}{10}$

MODELO MAT 2020

71. En el hexágono regular de la figura adjunta se marcan al azar tres de sus vértices.



¿Cuál es la probabilidad de que con estos vértices se forme un triángulo equilátero?

- A) $\frac{1}{10}$
- B) $\frac{3}{10}$
- C) $\frac{1}{2}$
- D) $\frac{1}{4}$
- E) $\frac{1}{3}$

MODELO MAT 2020

72. En un curso de 90 estudiantes, $\frac{2}{5}$ obtuvieron buenos resultados en el examen de matemática, $\frac{13}{30}$ en el examen de lenguaje y $\frac{1}{9}$ en ambos. Si se selecciona a un estudiante al azar de este curso, ¿cuál es la probabilidad de que este tenga un buen resultado en solo un examen?

A) $\frac{1}{36} + \frac{1}{39}$

B) $\frac{1}{55}$

C) $\frac{55}{90}$

D) $\frac{1}{75}$

E) $\frac{26}{150}$

73. En una caja hay 8 bolitas, todas del mismo tipo, numeradas con números positivos múltiplos de 3 y menores que 10. Si en el experimento de extraer simultáneamente dos bolitas de la caja, se define la variable aleatoria discreta X como la suma de los números obtenidos, ¿cuál de los siguientes conjuntos **NO** es un posible recorrido de X ?

A) $\{6\}$

B) $\{3, 6, 9\}$

C) $\{6, 9, 12\}$

D) $\{6, 9, 12, 15, 18\}$

E) $\{12, 15, 18\}$

MODELO MAT 2020

74. En una fábrica de cajeros automáticos la probabilidad de que uno de ellos tenga una falla en su pantalla es $\frac{r}{s}$. Para un control de calidad se seleccionan al azar 10 de estos cajeros de manera independiente, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 3 de ellos tengan una falla en su pantalla?

A) $\binom{10}{3} \cdot \left(\frac{r}{s}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{r}{s}\right)^7$

B) $3 \cdot \frac{r}{s}$

C) $\left(\frac{r}{s}\right)^3$

D) $\binom{10}{3} \cdot \left(\frac{s}{r}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{s}{r}\right)^7$

E) Ninguna de las anteriores

MODELO MAT 2020

75. Se hace una encuesta a un grupo de personas y se les consulta si consumen azúcar o si consumen miel. Los resultados obtenidos se resumen en la tabla adjunta.

	Azúcar	Miel
Hombres	25	9
Mujeres	10	18

Si del grupo se elige una persona al azar, resultando que es hombre y ninguno de los encuestados consume ambos productos, ¿cuál es la probabilidad de que consuma miel?

- A) $\frac{27}{34}$
- B) $\frac{27}{62}$
- C) $\frac{34}{62}$
- D) $\frac{9}{34}$
- E) $\frac{9}{62}$

MODELO MAT 2020

76. En la tabla adjunta se muestra la función de probabilidad de una variable aleatoria discreta X .

k	1	2	3	4	5
$P(X = k)$	$2m$	$3m$	$4m$	$2m$	m

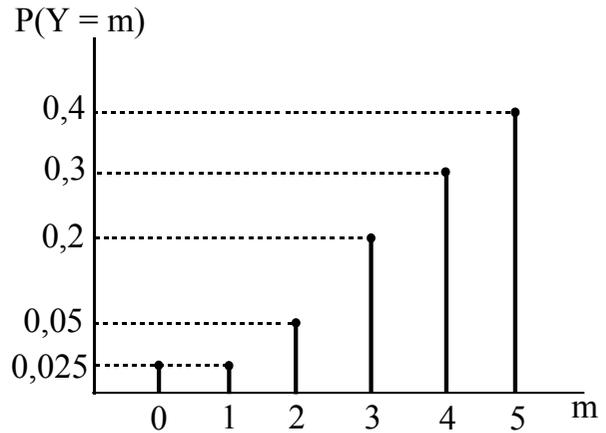
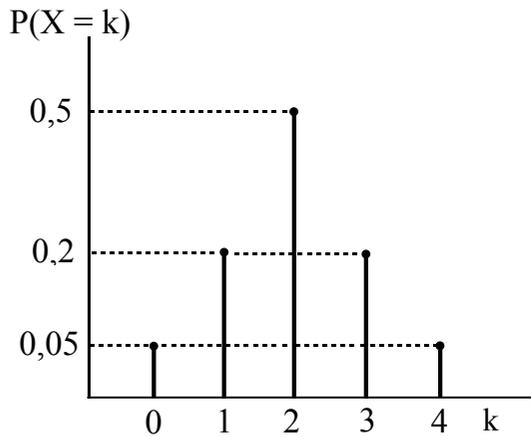
¿Cuál es el valor numérico de $P(X \leq 3)$?

- A) $\frac{1}{3}$
- B) $\frac{3}{4}$
- C) $\frac{5}{12}$
- D) $\frac{1}{12}$
- E) Indeterminable con los datos dados
77. Se realiza el experimento aleatorio de lanzar dos veces un dado común. Si se define la variable aleatoria Y como la suma de los puntos obtenidos, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) $P(Y = 6) = P(Y = 8)$
- B) $P(Y = 1) = \frac{1}{6}$
- C) $P(Y = 4) > P(Y = 11)$
- D) $P(Y < 7) = P(Y > 7)$
- E) $P(Y \leq 4) = \frac{1}{6}$

MODELO MAT 2020

78. Los gráficos de la figura adjunta muestran las funciones de probabilidad de las variables aleatorias discretas X e Y.



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera, con respecto a estos gráficos?

- A) $P(X \leq 2) < P(Y \leq 2)$
 B) La desviación estándar de Y es menor que la desviación estándar de X.
 C) El valor esperado de X es mayor que el valor esperado de Y.
 D) El valor esperado de Y es 5.
 E) El valor esperado de X es 2.
79. Si Z es una variable aleatoria continua tal que $Z \sim N(0, 1)$, ¿cuál de las siguientes relaciones es verdadera?

- A) $P(Z \geq 1) = P(Z \geq -1)$
 B) $P(Z \geq 1) = P(Z \leq -1)$
 C) $P(Z \leq 2) > P(Z \geq -3)$
 D) $P(2 \leq Z \leq 3) > P(-3 \leq Z \leq -2)$
 E) $P(-1 \leq Z \leq 0) = P(1 \leq Z \leq 2)$

MODELO MAT 2020

80. Se seleccionará un estudiante al azar de una muestra compuesta por estudiantes de cuarto medio de un liceo mixto. Se puede determinar la probabilidad de que el estudiante elegido al azar de la muestra sea mujer y use lentes, si se sabe que:

- (1) hay igual cantidad de hombres que de mujeres en la muestra.
- (2) un 60% de las mujeres de la muestra usa lentes.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

