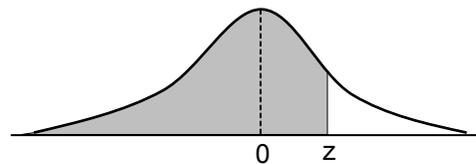


MODELO MAT 2019

INSTRUCCIONES

1. Las figuras que aparecen en la prueba son solo indicativas.
2. Los gráficos que se presentan en esta prueba están dibujados en un sistema de ejes perpendiculares.
3. Los números complejos i y $-i$ son las soluciones de la ecuación $x^2 + 1 = 0$.
4. Si z es un número complejo, entonces \bar{z} es su conjugado y $|z|$ es su módulo.
5. $(f \circ g)(x) = f(g(x))$
6. En esta prueba, se considerará que $\vec{v}(a, b)$ es un vector que tiene su punto de inicio en el origen del plano cartesiano y su extremo en el punto (a, b) , a menos que se indique lo contrario.
7. Se entenderá por dado común a aquel que posee 6 caras, donde al lanzarlo las caras obtenidas son equiprobables de salir.
8. En esta prueba, las dos opciones de una moneda son equiprobables de salir, a menos que se indique lo contrario.
9. En esta prueba, al aproximar una distribución binomial a una distribución normal no se considerará el factor de corrección por continuidad, a menos que se indique lo contrario.
10. En esta prueba, para una variable aleatoria continua Z , tal que $Z \sim N(0, 1)$ y donde la parte sombreada de la figura representa a $P(Z \leq z)$, se usará la siguiente tabla:

z	$P(Z \leq z)$
0,67	0,749
0,99	0,839
1,00	0,841
1,15	0,875
1,28	0,900
1,64	0,950
1,96	0,975
2,00	0,977
2,17	0,985
2,32	0,990
2,58	0,995



Registro de Propiedad Intelectual N° 292786 – 2018.
Universidad de Chile.

Derechos reservados ©. Prohibida su reproducción total o parcial.

MODELO MAT 2019

INSTRUCCIONES PARA LAS PREGUNTAS DE SUFICIENCIA DE DATOS

En las preguntas de Suficiencia de Datos no se pide la solución al problema, sino que se decida si con los datos proporcionados tanto en el enunciado como en las afirmaciones (1) y (2) se puede llegar a la solución del problema.

Es así, que se deberá marcar la opción:

- A) **(1) por sí sola**, si la afirmación (1) por sí sola es suficiente para resolver el problema, pero la afirmación (2) por sí sola no lo es,
- B) **(2) por sí sola**, si la afirmación (2) por sí sola es suficiente para resolver el problema, pero la afirmación (1) por sí sola no lo es,
- C) **Ambas juntas, (1) y (2)**, si ambas afirmaciones (1) y (2) juntas son suficientes para resolver el problema, pero ninguna de las afirmaciones por sí sola es suficiente,
- D) **Cada una por sí sola, (1) ó (2)**, si cada una por sí sola es suficiente para resolver el problema,
- E) **Se requiere información adicional**, si ambas afirmaciones juntas son insuficientes para resolver el problema y se requiere información adicional para llegar a la solución.

SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

$<$	es menor que	\cong	es congruente con
$>$	es mayor que	\sim	es semejante con
\leq	es menor o igual a	\perp	es perpendicular a
\geq	es mayor o igual a	\neq	es distinto de
\square	ángulo recto	//	es paralelo a
\sphericalangle	ángulo	\in	pertenece a
log	logaritmo en base 10	\overline{AB}	trazo AB
ϕ	conjunto vacío	$ x $	valor absoluto de x
ln	logaritmo en base e	x!	factorial de x
\cup	unión de conjuntos	\cap	intersección de conjuntos
A^c	complemento del conjunto A	\vec{u}	vector u
\approx	es aproximado a		

MODELO MAT 2019

1.
$$\frac{\frac{3}{5} - \frac{1}{6}}{-\frac{5}{6} + \frac{1}{4}} =$$

- A) $-\frac{1}{5}$
- B) -1
- C) $-\frac{26}{35}$
- D) $-\frac{91}{360}$
- E) $-\frac{2}{5}$

2. En la recta numérica, ¿cuál de los siguientes números racionales se encuentra más cercano al número uno?

- A) $\frac{3}{2}$
- B) $\frac{4}{3}$
- C) $\frac{3}{4}$
- D) $\frac{6}{5}$
- E) $\frac{5}{6}$

MODELO MAT 2019

3. Si a , b y c son dígitos, ¿cuál de las siguientes fracciones es **siempre** igual al número decimal $0,\overline{abc}$?

A) $\frac{99a + 10b + c}{99}$

B) $\frac{a}{10} + \frac{10b + c}{99}$

C) $\frac{99a + 10b + c}{990}$

D) $\frac{999a + 100b + 10c}{990}$

E) $\frac{100a + 10b + c}{1.000}$

4. En la tabla adjunta se muestran los tiempos que demoraron cuatro atletas en correr 100 metros. Según los datos de la tabla, ¿cuál de los siguientes valores es la resta de los tiempos, en segundos, entre los dos atletas más rápidos?

Atleta	Tiempo en segundos
Andrés	9,63
Bernardo	$\frac{39}{4}$
Carlos	$\frac{979}{100}$
Danilo	$9\frac{69}{100}$

A) 3,42

B) 0,12

C) 0,06

D) 0,555

E) 0,04

MODELO MAT 2019

5. El precio de venta de cierto tipo de televisor es \$ v , con v un número entero. Por error se vendió un cierto número de ellos en \$ e cada uno, con e un número entero menor que v . El vendedor reportó una pérdida total de \$ d , con d un número entero. Respecto a la venta de estos televisores, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones se puede(n) deducir?

I) La cantidad de televisores que se vendieron con el precio erróneo, se representa con la expresión $\frac{d}{v - e}$.

II) $v > d$

III) v no es divisor de d .

- A) Solo I
B) Solo II
C) Solo I y II
D) Solo I y III
E) Solo II y III

6. En una calculadora, cada vez que se suman números decimales, el resultado final que muestra el visor está truncado a la centésima. Si se efectúa la suma $0,1666 + 0,164 + 0,167$, ¿cuál de los siguientes valores será el resultado que mostrará el visor de esta calculadora?

- A) 0,49
B) 0,497
C) 0,50
D) 0,48
E) 0,498

MODELO MAT 2019

7. ¿Cuál de las siguientes expresiones es **siempre** igual a $(p^{n-m-1})^2$, con $p \neq 0$?

A) $p^{n^2 - m^2 - 1}$

B) $p^{2n} - p^{2m} - p^2$

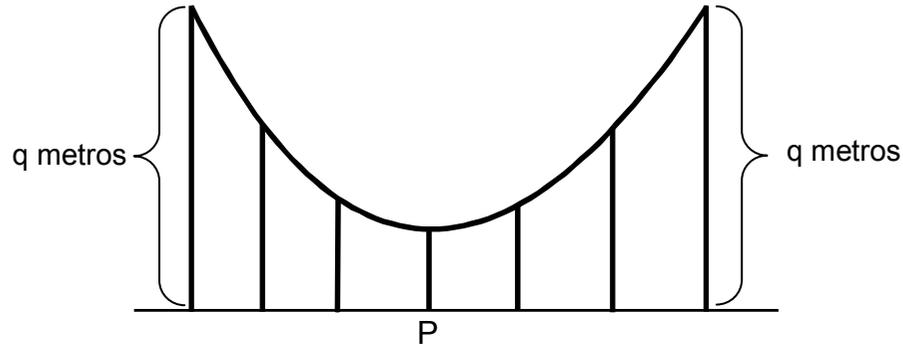
C) $\frac{p^{n^2}}{p^{(m+1)^2}}$

D) $p^{(n-m-1)^2}$

E) $\frac{p^{2n}}{p^{2(m+1)}}$

MODELO MAT 2019

8. Una patinadora se desliza sobre una superficie sostenida por pilares verticales, tal como se representa en la figura adjunta. La medida del pilar de mayor altura es q metros. Además, la superficie es simétrica con respecto al pilar P y desde el pilar mayor hasta P la altura de cada pilar es $\frac{2}{3}$ de la altura del pilar anterior. Si la superficie se sostiene sobre n pilares (con n un número impar), ¿a qué distancia del suelo se encuentra la patinadora cuando está sobre el pilar P ?



- A) $q \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{n-1}{2}}$
- B) $\frac{2qn}{3}$
- C) $\left(\frac{2q}{3}\right)^{\frac{n-1}{2}}$
- D) $q \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{n+1}{2}}$
- E) $q \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{n}{2}}$

MODELO MAT 2019

9. Para p y q números enteros, se puede determinar que la solución de la ecuación $px + qx = c$, en x , es un número entero positivo, si se sabe que:

(1) p y q dividen a c .

(2) $(p + q) \cdot c > 0$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

10. ¿Cuál de las siguientes relaciones es verdadera?

A) $\frac{\sqrt{5} - 1}{2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

B) $\frac{\sqrt{5} + 1}{2} < \frac{\sqrt{6}}{2}$

C) $\frac{\sqrt{5} - 1}{2} > \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

D) $\frac{\sqrt{5} + 1}{2} > \sqrt{3} + \sqrt{2}$

E) $\frac{\sqrt{5} - 1}{2} > \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

MODELO MAT 2019

11. ¿Cuál de los siguientes números es un número irracional?

A) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}}$

B) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

C) $(\sqrt{2} + \sqrt{18})^2$

D) $\frac{2 + \sqrt{3}}{4 + \sqrt{12}}$

E) Ninguno de los anteriores

12. Sea $P = 4,24264068$ una aproximación de $\sqrt{18}$. Si L es el redondeo a la milésima de P y M es el redondeo a la diez milésima de P , ¿cuál de las siguientes relaciones es verdadera?

A) $L - M < 0$

B) $3 < (L - M) \cdot 10^4 < 5$

C) $M = L + 10^{-4}$

D) $(L - M) \cdot 10^3 = 3$

E) Ninguna de las anteriores

MODELO MAT 2019

13. Si $\log 2 = m$, $\log 3 = n$ y $\log 5 = p$, ¿cuál de las siguientes expresiones es igual a $\log \left(\frac{36}{\sqrt{5}} \right)$?

A) $2m + 2n - \frac{p}{2}$

B) $\frac{m^2 + n^2}{\sqrt{p}}$

C) $\frac{2mn}{\frac{p}{2}}$

D) $m^2 + n^2 - \sqrt{p}$

E) $\frac{2m + 2n}{\frac{p}{2}}$

14. ¿Cuáles son las soluciones de la ecuación $(ax)^2 + a = 0$, en x , con a un número real negativo distinto de -1 ?

A) 1 y -1

B) $\frac{1}{\sqrt{-a}}$ y $\frac{-1}{\sqrt{-a}}$

C) $\sqrt{-a}i$ y $-\sqrt{-a}i$

D) i y $-i$

E) $\sqrt{-a}$ y $-\sqrt{-a}$

MODELO MAT 2019

15. Sean los números complejos $(a + bi)$, $(c + di)$ y $(a + di)$, con a , b , c y d números reales distintos de cero. ¿Cuál de las siguientes igualdades es **siempre** verdadera?

A) $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$

B) $(a + bi)(c + di) = ac + (bd)i$

C) $\frac{a + bi}{a + di} = \frac{b}{d}$

D) $\frac{a + bi}{a - bi} = -1$

E) $(a + bi)^2 = a^2 + (bi)^2$

16. ¿Cuál de los siguientes números es igual al número complejo $\frac{i^{24}(3 - 2i)}{i^{17}(3 - 4i)}$?

A) $\frac{6}{25} + \frac{17}{25}i$

B) $\frac{6}{25} - \frac{17}{25}i$

C) $-\frac{8}{25} - \frac{9}{25}i$

D) $-\frac{17}{25} + \frac{6}{25}i$

E) $-\frac{6}{25} - \frac{17}{25}i$

MODELO MAT 2019

17. Sea n un número entero positivo mayor que 64, se puede determinar el valor del número complejo $1 + i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{n-1} + i^n$, si:

- (1) n es un número par.
- (2) Se conoce el resto al dividir n por 64.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

18. En un juego del casino, donde solo se gana o solo se pierde, Maximiliano apostó $(m - a)^3$ veces y ganó $(m + a)^3$ veces. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa **siempre** la cantidad de veces que perdió Maximiliano?

- A) $-2a^3$
- B) $-6ma$
- C) $-6ma^2$
- D) $-6m^2a - 2a^3$
- E) $-8a^3$

MODELO MAT 2019

19. Por x tarros de pintura que se compran, se paga \$ p . Si todos los tarros tienen el mismo precio, ¿cuál de las siguientes expresiones representa cuánto se paga, en pesos, por comprar dos tarros menos de pintura?

A) $\frac{p}{x} - 2$

B) $\frac{p}{x-2}$

C) $\frac{p-2}{x}$

D) $px - 2$

E) $\frac{p(x-2)}{x}$

20. $\frac{(a+b)(a^2-b^2)}{b-a} =$

A) $a^2 + b^2$

B) $b^2 - a^2$

C) $(a+b)^2$

D) $\frac{a^3 - b^3}{b-a}$

E) $-(a+b)^2$

MODELO MAT 2019

21. ¿Cuál de los siguientes sistemas tiene una única solución?

$$\text{A) } \begin{cases} 4x - 3y + 2 = 0 \\ x - \frac{3}{4}y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{B) } \begin{cases} 7x - y = 7 \\ y - 7x = 32 \end{cases}$$

$$\text{C) } \begin{cases} x = 8 \\ y - x = 0 \end{cases}$$

$$\text{D) } \begin{cases} 2x - y = 6 \\ -4x + 2y + 12 = 0 \end{cases}$$

$$\text{E) } \begin{cases} x - y = 10 \\ \frac{1}{5}x - \frac{1}{5}y = 2 \end{cases}$$

MODELO MAT 2019

22. Dos variables x y z dependen entre sí según la ecuación $z = ax + c$. La tabla adjunta muestra algunos de los valores de x y de z . ¿Cuáles son los valores de a y c , respectivamente?

x	z
1	4
2	6,5

- A) 5 y $\frac{3}{2}$
- B) $\frac{21}{2}$ y $-\frac{13}{2}$
- C) $-\frac{2}{5}$ y $\frac{22}{5}$
- D) $\frac{5}{2}$ y $\frac{3}{2}$
- E) $\frac{2}{5}$ y $-\frac{3}{5}$
23. Si el área de un rectángulo es 75 cm^2 y el ancho del rectángulo mide 10 cm menos que su largo, ¿cuál es la medida de su largo?

- A) 5 cm
- B) $\frac{55}{4}$ cm
- C) 15 cm
- D) $\sqrt{85}$ cm
- E) No existe un rectángulo con esas dimensiones.

MODELO MAT 2019

24. Dada la ecuación $x^2 + 6x + 17 = 0$, ¿qué número real m debe sumarse a ambos lados de la igualdad para completar el cuadrado de un binomio en el lado izquierdo de ella y cuáles son las soluciones reales de $x^2 + 6x + 17 = 0$?

- A) $m = 9$ y las soluciones son $(-3 + \sqrt{6})$ y $(-3 - \sqrt{6})$.
- B) $m = 19$ y las soluciones son $(6 + \sqrt{3})$ y $(6 - \sqrt{3})$.
- C) $m = -8$ y las soluciones son $(-3 + \sqrt{8})$ y $(-3 - \sqrt{8})$.
- D) $m = -1$ y no tiene soluciones reales.
- E) $m = -8$ y no tiene soluciones reales.

25. ¿Cuál de los siguientes conjuntos es el conjunto solución del sistema $\left. \begin{array}{l} 5x + 3 < x \\ 4 - 3x > 12 \end{array} \right\} ?$

- A) $\left] -\infty, -\frac{8}{3} \right[$
- B) $\left] -\infty, -\frac{3}{4} \right[$
- C) $\left] -\frac{8}{3}, -\frac{3}{4} \right[$
- D) $\left] -\frac{8}{3}, \infty \right[$
- E) \mathbb{R}

MODELO MAT 2019

26. Si m y n son números reales positivos tal que $m > n$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) $\frac{m+n}{m-n} > 1$

II) $-\frac{1}{m} < -\frac{1}{n}$

III) $\frac{1}{n-m} < 0$

- A) Solo I
B) Solo III
C) Solo I y II
D) Solo I y III
E) Solo II y III

27. Se puede determinar el valor central de tres números impares consecutivos, si se sabe que la suma de ellos es:

- (1) A lo más 75.
(2) A lo menos 63.

- A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

MODELO MAT 2019

28. En un cuadrado, la mitad de la medida de la diagonal es p . ¿Cuál de las siguientes funciones describe el perímetro del cuadrado en función de p ?

A) $f(p) = 4\sqrt{2}p$

B) $g(p) = 2\sqrt{2}p$

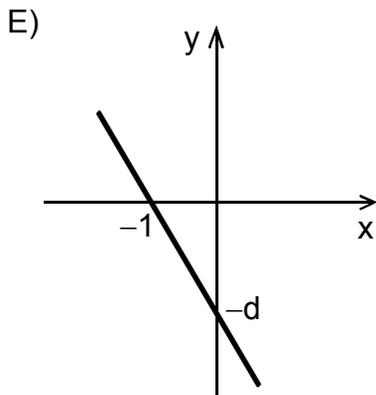
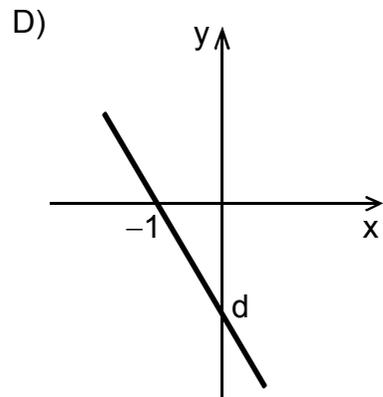
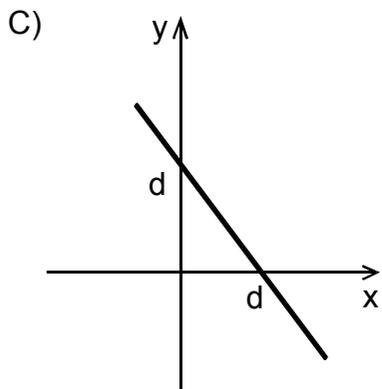
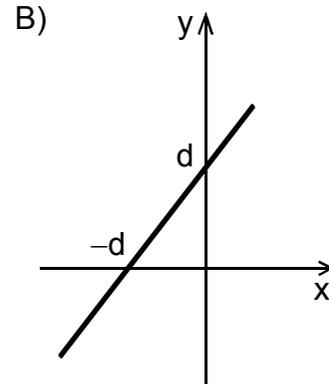
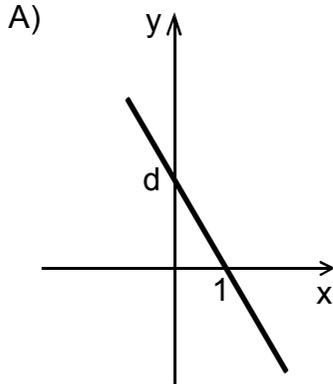
C) $h(p) = \sqrt{2}p$

D) $r(p) = 4p$

E) $q(p) = 2p$

MODELO MAT 2019

29. ¿Cuál de los siguientes gráficos podría representar a la función $f(x) = dx + d$, con dominio el conjunto de los números reales, si d es un número real distinto de cero y de uno?



MODELO MAT 2019

30. Sea la función $f(x) = \sqrt{x - h} + k$, con dominio el intervalo $[h, \infty[$. Si h y k son números reales, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

- I) El recorrido de f es el intervalo $[h, \infty[$.
- II) Si $k > 0$ y $h < 0$, entonces la gráfica de f se encuentra solo en el segundo cuadrante.
- III) El mínimo valor que alcanza f es k .

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y III
- E) I, II y III

31. Si el eje y es el eje de simetría de una parábola asociada a una función cuadrática con dominio el conjunto de los números reales, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

- I) El vértice de la parábola pertenece al eje y .
- II) La recta que pasa por un punto de la parábola y por el vértice de ella tiene pendiente positiva.
- III) Una recta paralela al eje de simetría de la parábola la interseca en un solo punto.

- A) Solo I
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) I, II y III

MODELO MAT 2019

32. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s), con respecto a la función f definida por $f(x) = x^2 - 8$, para $x > \sqrt{8}$?

- I) Modela el área de un rectángulo de lados $(x - \sqrt{8})$ cm y $(x + \sqrt{8})$ cm.
- II) Modela el área de un cuadrado de lado $(x - \sqrt{8})$ cm.
- III) Modela el área que queda de restar el área de un cuadrado de lado $\sqrt{8}$ cm al área de un cuadrado mayor de lado x cm.

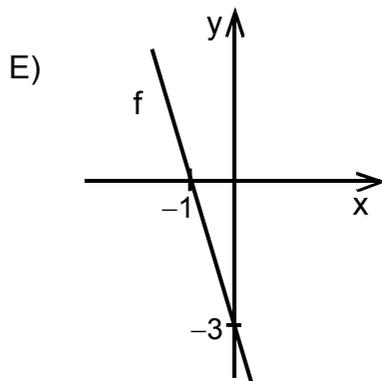
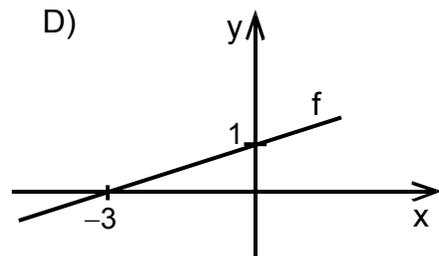
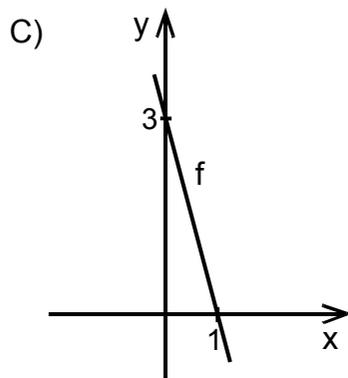
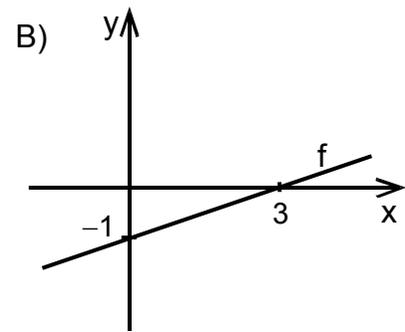
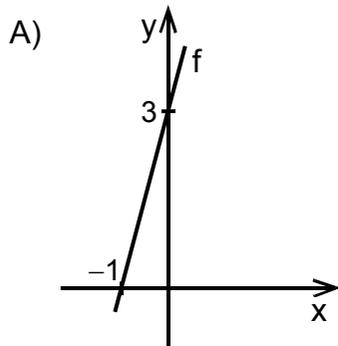
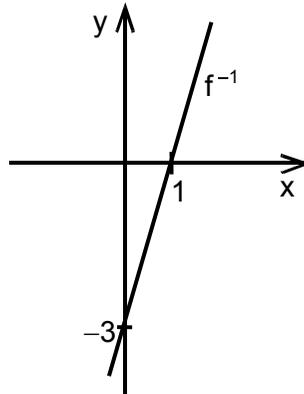
- A) Solo II
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

33. Sea la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$ y con dominio el conjunto de los números reales. Si la gráfica de f no interseca al eje x , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

- A) $a > 0$
- B) $c > 0$
- C) $b > 0$
- D) $b^2 - 4ac < 0$
- E) La recta de ecuación $y = c$ es tangente a la gráfica de f .

MODELO MAT 2019

34. Sea f^{-1} la función inversa de f . Si en la figura adjunta se representa la gráfica de la función f^{-1} , ¿cuál de los gráficos presentados en las opciones representa la gráfica de f ?



MODELO MAT 2019

35. Si \$ 133.100 es el capital final al invertir un cierto monto (x), durante 36 meses, con una tasa de interés de tal manera que el capital cada año aumenta en un 10% respecto del año anterior, sin haber realizado depósitos ni retiros en ese periodo, ¿cuál de las siguientes ecuaciones permite determinar el valor de x , en pesos?

- A) $133.100 = x(1 + 0,36)^{10}$
- B) $x(1 + 0,1 \cdot 3) = 133.100$
- C) $133.100 = x(1 + 0,1)^3$
- D) $x = 133.100(1 + 10)^3$
- E) $x(1 + 0,1 \cdot 36) = 133.100$

36. Se puede determinar el valor numérico de la abscisa del vértice de la parábola de ecuación $y = ax^2 + bx + c$, si se conoce:

- (1) El valor numérico de c .
- (2) Los valores numéricos de los ceros de la función asociados a dicha parábola.

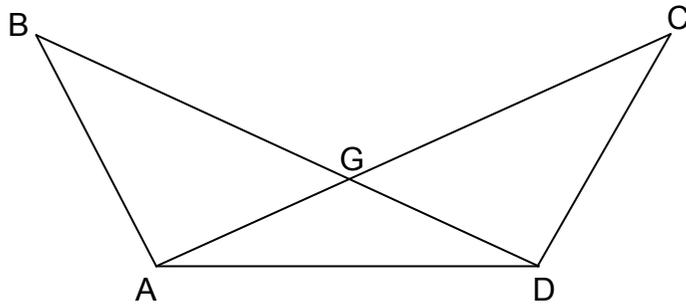
- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

MODELO MAT 2019

37. Sean los vectores $\vec{v}(7, -5)$ y $\vec{m} = \vec{v} - \vec{u}$, tal que \vec{m} está en el segundo cuadrante. ¿Cuál de los siguientes vectores podría ser \vec{u} ?

- A) $(-6, 8)$
- B) $(8, 6)$
- C) $(-8, 6)$
- D) $(8, -6)$
- E) $(-8, -6)$

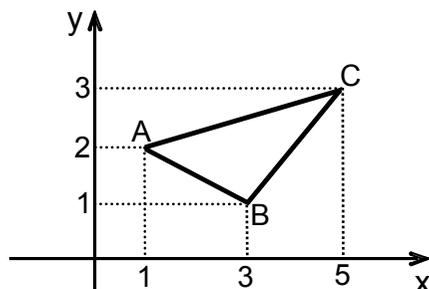
38. En la figura adjunta \overline{AC} y \overline{BD} se intersectan en G y $\overline{AC} \cong \overline{BD}$. Si $\sphericalangle BAD = \sphericalangle CDA$, ambos mayores que 90° , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?



- A) $BG = GD$
- B) $\sphericalangle ABD = \sphericalangle ACD$
- C) $\text{área } \triangle ABD = \text{área } \triangle ACD$
- D) $AB = DC$
- E) $\frac{\text{perímetro } \triangle ABD}{\text{perímetro } \triangle ACD} = 1$

MODELO MAT 2019

39. En la figura adjunta, al aplicar al triángulo ABC una simetría puntual con respecto al origen, se obtiene el triángulo A'B'C'. ¿Cuál(es) de las siguientes transformaciones isométricas aplicada(s) al triángulo A'B'C', permite(n) obtener el triángulo ABC como imagen?



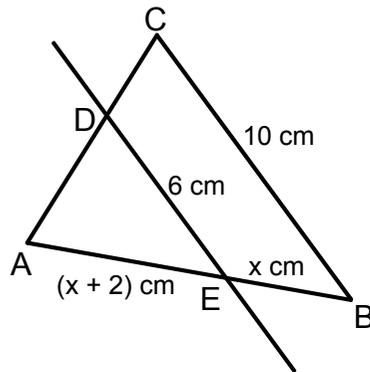
- I) Una reflexión con respecto al eje y , seguida de una reflexión con respecto al eje x .
 - II) Una traslación según el vector $(2, 4)$.
 - III) Una rotación en 180° con centro en el origen y en sentido antihorario.
- A) Solo III
 - B) Solo I y II
 - C) Solo I y III
 - D) Solo II y III
 - E) I, II y III

MODELO MAT 2019

40. Considere el rectángulo ABCD, donde tres de sus vértices son $A(b, b)$, $B(a, b)$ y $C\left(a, -\frac{1}{2}b\right)$, con a y b números reales tal que $ab < 0$ y $a < b$. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa **siempre** el área de este rectángulo?

- A) $\frac{3b(b - a)}{2}$
 B) $\frac{3b(b + a)}{2}$
 C) $\frac{b(b + a)}{2}$
 D) $\frac{b(a - b)}{2}$
 E) $\frac{3b(a - b)}{2}$

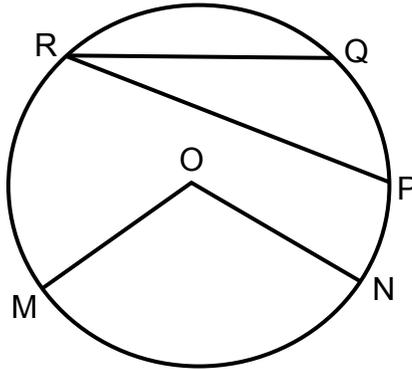
41. En el triángulo ABC de la figura adjunta, D pertenece a \overline{AC} y E pertenece a \overline{AB} . Si $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, ¿cuál es la medida del segmento AE?



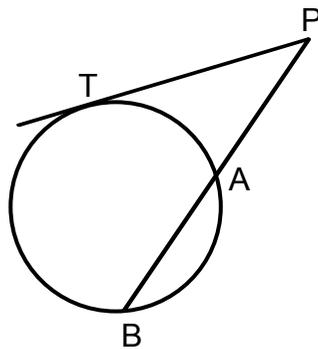
- A) 5 cm
 B) 6 cm
 C) 7 cm
 D) 9 cm
 E) 10 cm

MODELO MAT 2019

42. Los puntos M, N, P, Q y R pertenecen a la circunferencia de centro O de la figura adjunta. Si $\angle MON = 2 \cdot \angle POQ$ y $\angle OMN = 40^\circ$, ¿cuál es la medida del $\angle PRQ$?



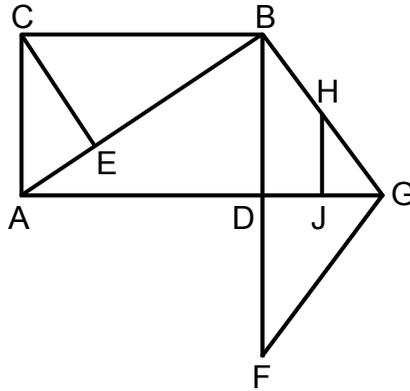
- A) $12,5^\circ$
 B) 10°
 C) 25°
 D) 50°
 E) 100°
43. En la circunferencia de la figura adjunta la recta PT es tangente a ella en T, la recta PB es una secante, el punto A y el punto B pertenecen a la circunferencia, $PA = AB$, $PT = 10$ cm y los puntos B, A y P son colineales. ¿Cuál es la medida del segmento PB?



- A) 10 cm
 B) $10\sqrt{2}$ cm
 C) $2\sqrt{10}$ cm
 D) 20 cm
 E) $\sqrt{10}$ cm

MODELO MAT 2019

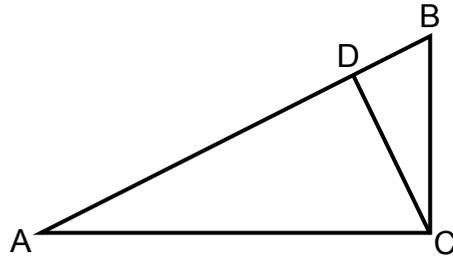
44. En la figura adjunta $ADBC$ es un rectángulo, E pertenece a \overline{AB} , $\overline{CE} \perp \overline{AB}$, A , D y G son puntos colineales, D es el punto medio de \overline{BF} , H y J son los puntos medios de \overline{BG} y \overline{DG} , respectivamente. ¿Cuál(es) de las siguientes semejanzas es (son) **siempre** verdadera(s)?



- I) $\triangle AEC \sim \triangle ACB$
 - II) $\triangle ADB \sim \triangle FDG$
 - III) $\triangle BDG \sim \triangle HJG$
- A) Solo I
 - B) Solo II
 - C) Solo III
 - D) Solo I y II
 - E) Solo I y III

MODELO MAT 2019

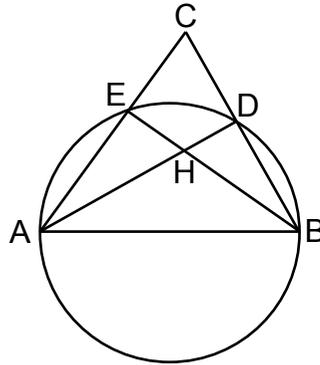
45. En el triángulo ABC rectángulo en C de la figura adjunta, el segmento CD es altura y D pertenece al segmento AB. Si $AB = 15\sqrt{2}$ cm y $BD : DA = 1 : 4$, ¿cuál es la medida del segmento CD?



- A) 2 cm
- B) $6\sqrt{2}$ cm
- C) 72 cm
- D) $3\sqrt{10}$ cm
- E) $6\sqrt{10}$ cm

MODELO MAT 2019

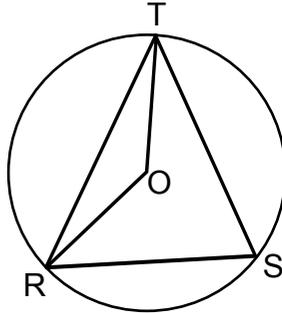
46. En la figura adjunta el segmento \overline{AB} es un diámetro de la circunferencia y las prolongaciones de las cuerdas \overline{AE} y \overline{BD} se intersectan en el punto C. Si H es el punto de intersección de las cuerdas \overline{AD} y \overline{BE} , ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?



- I) $\triangle AHE \sim \triangle BHD$
 - II) La recta HC intersecta al segmento AB en su punto medio.
 - III) $\sphericalangle DBA = \sphericalangle EAB$
- A) Solo I
 - B) Solo III
 - C) Solo I y II
 - D) Solo II y III
 - E) I, II y III

MODELO MAT 2019

47. En la circunferencia de centro O de la figura adjunta los puntos R, S y T pertenecen a ella. Se puede determinar la medida del \sphericalangle OTR, si se sabe que:



- (1) \sphericalangle OTS = 35°
 (2) \sphericalangle TSR = 84°

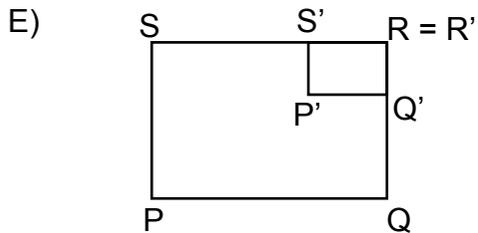
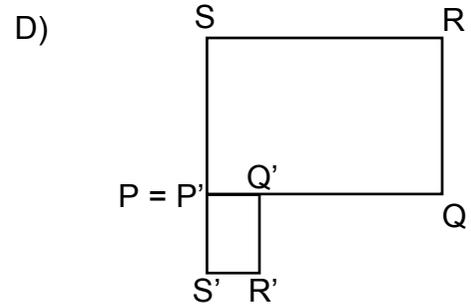
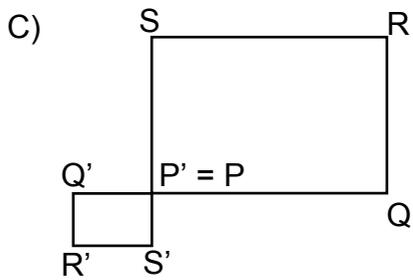
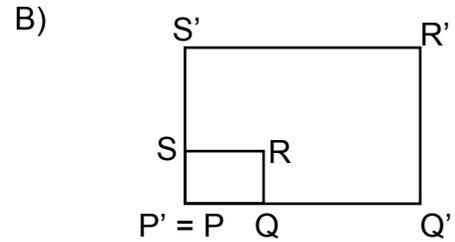
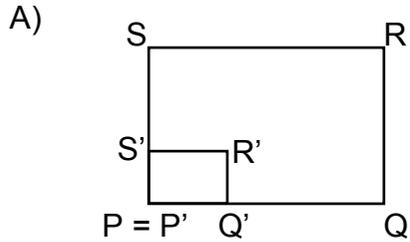
- A) (1) por sí sola
 B) (2) por sí sola
 C) Ambas juntas, (1) y (2)
 D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 E) Se requiere información adicional

48. ¿Qué valor debe tener K en la ecuación $5x + 2y = Ky - 6$, en x e y, para que sea ecuación de una recta perpendicular a la recta de ecuación $x + 5y - 2 = 0$?

- A) -23
 B) 27
 C) $\frac{1}{3}$
 D) 3
 E) -3

MODELO MAT 2019

49. ¿Cuál de las siguientes figuras es la que mejor representa al rectángulo PQRS y al rectángulo P'Q'R'S' obtenido por una homotecia de centro P y razón $-\frac{1}{3}$ aplicada al rectángulo PQRS, donde el punto P' es el correspondiente de P, Q' es el de Q, R' es el de R y S' es el de S?



MODELO MAT 2019

50. ¿Para qué valores reales de q las rectas de ecuaciones $L_1: 5x - 8y = 26$ y $L_2: qx + 2y = 12$ son paralelas no coincidentes?

- A) Solo para $q = -\frac{5}{4}$
- B) Para cualquier valor de q distinto de $-\frac{5}{4}$
- C) Solo para $q = -5$
- D) Para cualquier valor de q distinto de 5
- E) Para cualquier valor de q distinto de $\frac{74}{9}$

51. Considere los puntos del plano cartesiano $A(4, 5)$, $B(8, 2)$ y $C(12, p)$, con $p > 0$. Si la distancia entre A y C es el doble que la distancia entre A y B , ¿cuál es el valor de p ?

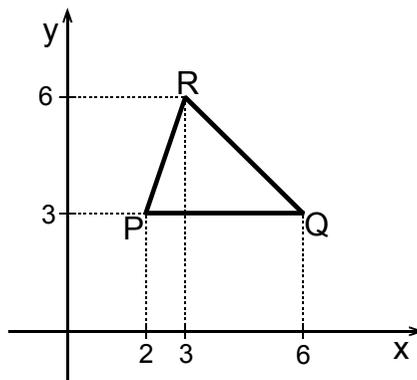
- A) 1
- B) 7
- C) 11
- D) $\sqrt{51}$
- E) Ninguno de los anteriores

MODELO MAT 2019

52. Si la recta que pasa por los puntos $(3, -4)$ y $(4, -3)$ tiene por ecuación $y = mx + n$, en x e y , ¿cuál de las siguientes relaciones es verdadera?

- A) $m > 0$ y $n > 0$
- B) $m > 0$ y $n < 0$
- C) $m < 0$ y $n > 0$
- D) $m < 0$ y $n < 0$
- E) $m > 0$ y $n = 0$

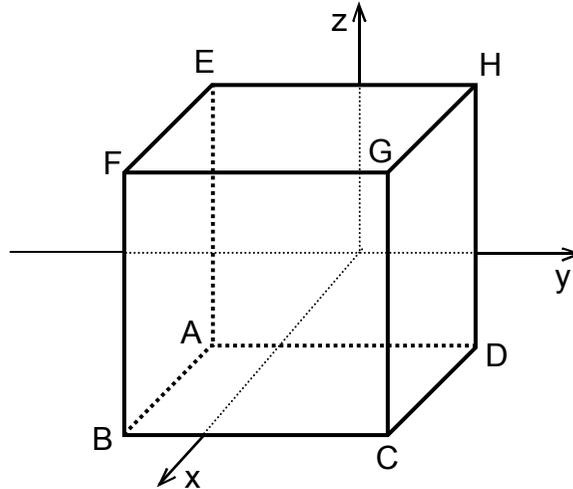
53. Al triángulo PQR de la figura adjunta, se le aplica una homotecia con centro en el origen del plano cartesiano. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?



- A) Si la razón de homotecia es $\frac{1}{2}$, entonces el perímetro del triángulo homotético es la mitad del perímetro del Δ PQR.
- B) Si la razón de homotecia es -1 , entonces el triángulo homotético es congruente con el Δ PQR.
- C) Si la razón de homotecia es menor que -1 , entonces el triángulo homotético tiene menor área que el Δ PQR.
- D) Si la razón de homotecia es 1 , entonces el triángulo homotético es el mismo Δ PQR.
- E) Si la razón de homotecia es $\frac{3}{2}$, entonces el área del triángulo homotético es más del doble del área del Δ PQR.

MODELO MAT 2019

54. El rectángulo ABCD que está en el plano xy se traslada verticalmente hacia arriba en cuatro unidades, donde su barrido genera un prisma como se muestra en la figura adjunta. El área del rectángulo ABCD es 8 unidades cuadradas, donde dos de sus vértices son $A(2, -1, 0)$ y $B(4, -1, 0)$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?



- I) El vértice C es $(4, 3, 0)$.
- II) El volumen del prisma es 32 unidades cúbicas.
- III) La diagonal \overline{DG} mide $2\sqrt{5}$ unidades.

- A) Solo I
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

55. ¿Cuál es el área, en unidades cuadradas, de un triángulo isósceles de vértices $A(4, -2, 0)$, $B(0, -4, 2)$ y $C(0, 0, 0)$?

- A) 10
- B) $\sqrt{14}$
- C) $\sqrt{84}$
- D) $\sqrt{336}$
- E) $\sqrt{320}$

MODELO MAT 2019

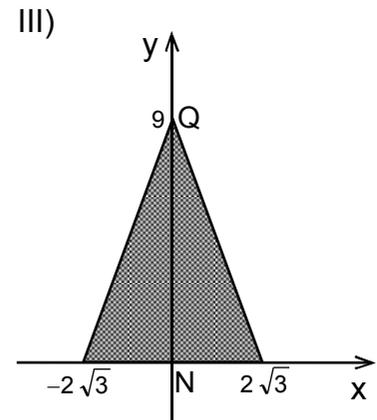
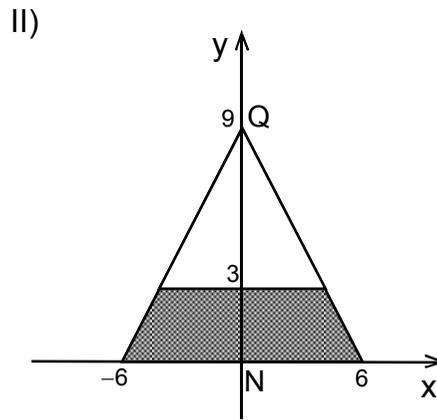
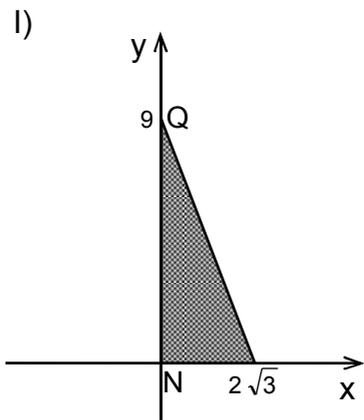
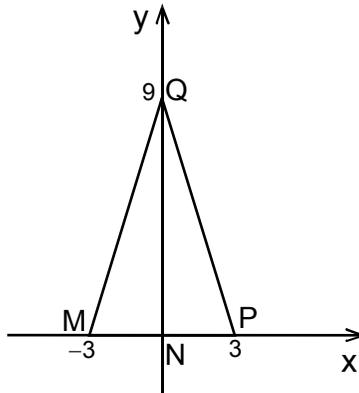
56. ¿Cuál(es) de las siguientes traslaciones de figuras planas genera **siempre** un cuerpo geométrico?

- I) La traslación de un cuadrado mediante un vector que tiene igual módulo que la medida del lado del cuadrado.
- II) La traslación de un cuadrado mediante un vector no nulo y ortogonal a él.
- III) La traslación de un rectángulo.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) Solo II y III

MODELO MAT 2019

57. En la figura adjunta el triángulo MPQ es isósceles de base 6 unidades y altura \overline{QN} de 9 unidades. Si el triángulo gira indefinidamente en torno a \overline{QN} se origina un cuerpo de volumen V . ¿Con cuál(es) de las siguientes regiones achuradas se obtiene un cuerpo de volumen $\frac{4V}{3}$ si se hacen girar indefinidamente en torno a \overline{QN} ?



- A) Solo con I
- B) Solo con III
- C) Solo con I y con III
- D) Solo con II y con III
- E) Con I, con II y con III

MODELO MAT 2019

58. Dos rectas del plano se intersectan en un único punto. Se puede determinar que el sistema de ecuaciones,
$$\begin{cases} 2x + ay = c \\ bx - 3y = d \end{cases}$$
 en las variables x e y , representa esta situación, si se sabe que:

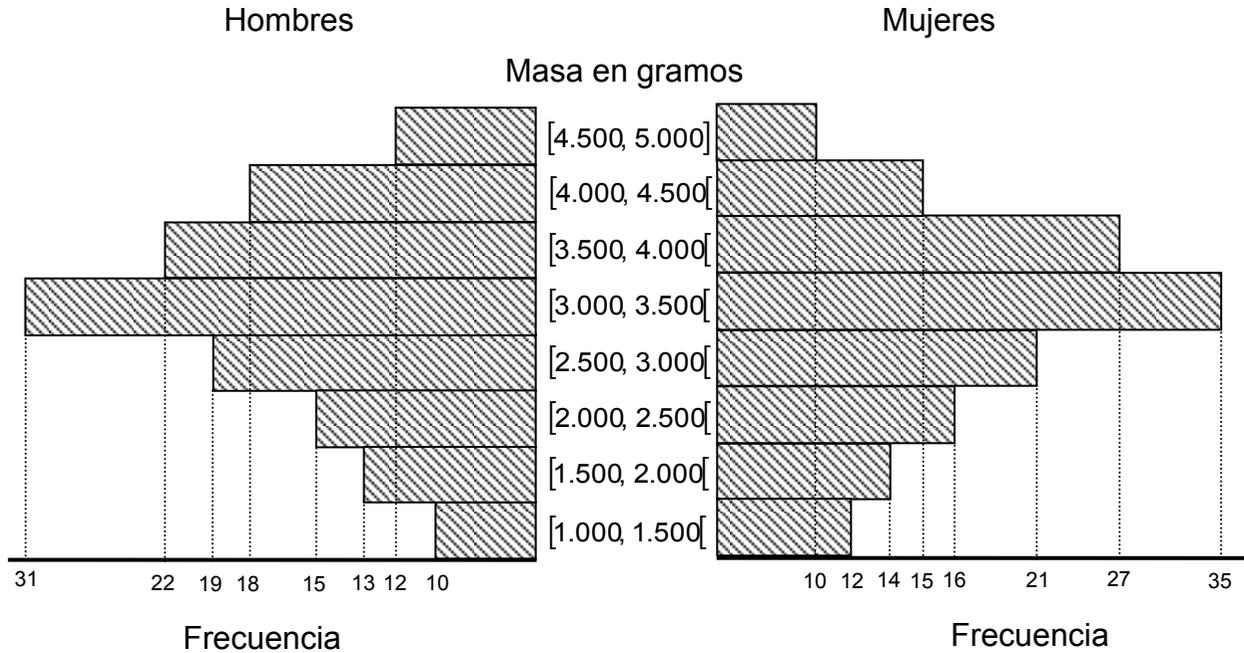
(1) $a \neq b$

(2) $c \neq d$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

MODELO MAT 2019

59. En el gráfico de la figura adjunta se muestra la distribución de la masa en gramos de los recién nacidos, según sexo, en una clínica de maternidad, durante un año. Si los hombres recién nacidos son 140 y las mujeres recién nacidas son 150, ¿cuál de las siguientes afirmaciones **NO** se puede deducir a partir de la información entregada?



- A) El intervalo modal tanto en mujeres como en hombres, es el mismo.
- B) La mediana de las masas de las mujeres y la mediana de las masas de los hombres se encuentra en el mismo intervalo.
- C) La masa más frecuente tanto en mujeres como en hombres, es 3.250 gramos.
- D) Ocurrieron más nacimientos de mujeres que de hombres en esa clínica durante ese año.
- E) 26 mujeres tienen una masa inferior a 2.000 gramos.

MODELO MAT 2019

60. En la tabla adjunta se muestran algunos datos sobre la cantidad de horas de conexión a internet por el total de los estudiantes de un curso durante una semana. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

Horas	Número de estudiantes	Frecuencia relativa porcentual
$[0, 6[$	8	
$[6, 12[$		40%
$[12, 18]$	12	30%
Más de 18	4	

- I) El curso tiene 40 estudiantes.
 - II) Más de la mitad de los estudiantes se conectó a internet a lo más 12 horas.
 - III) Más de la mitad de los estudiantes se conectó a internet entre 6 y 18 horas, ambos valores incluidos.
- A) Solo I
 - B) Solo II
 - C) Solo I y II
 - D) Solo I y III
 - E) I, II y III

MODELO MAT 2019

61. En la tabla adjunta se agrupan las estaturas, en cm, de un grupo de personas. Con respecto a los datos de la tabla, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

Estatura (cm)	Frecuencia
$[140, 150[$	17
$[150, 160[$	24
$[160, 170[$	25
$[170, 180[$	10
$[180, 190]$	4

- A) La mediana de la estatura se encuentra en $[150, 160[$.
- B) El intervalo modal de la estatura es $[160, 170[$.
- C) El tercer decil de la estatura se encuentra en $[150, 160[$.
- D) El percentil 80 de la estatura se encuentra en $[170, 180[$.
- E) Al menos un 20% de la estatura no supera los 150 cm.
62. ¿Cuántas muestras distintas de tamaño 2 se pueden extraer de una población de 6 elementos distintos entre sí, si las extracciones se hacen sin reemplazo y con orden?

- A) 12
- B) 64
- C) 30
- D) 36
- E) 3

MODELO MAT 2019

63. Sean 5,0; 4,5; 5,5; 6,0; 4,0, los promedios de las notas de 5 estudiantes del curso A y sean 7,0; 4,0; 3,0; 5,0; 6,0, los promedios de las notas de 5 estudiantes del curso B. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) El rango de los promedios de las notas de los 5 estudiantes de ambos cursos es el mismo.
- II) La desviación estándar de los promedios de las notas de los 5 estudiantes del curso A es menor que la desviación estándar de los promedios de las notas de los 5 estudiantes del curso B.
- III) La mediana de los promedios de las notas de los 5 estudiantes del curso A es igual a la media aritmética de los promedios de las notas de los 5 estudiantes del curso B.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y III
- E) Solo II y III

64. Si en un grupo de datos, la media aritmética, la moda y la mediana son iguales, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

- I) Los datos son iguales.
- II) La desviación estándar es 0.
- III) El grupo está formado por un solo dato.

- A) Solo I
- B) Solo III
- C) Solo I y III
- D) I, II y III
- E) Ninguna de ellas

MODELO MAT 2019

65. En las tablas adjuntas se muestran los resultados obtenidos en dos muestras para la variable M, con $p < q < r$. Si m es la media aritmética de la muestra A y n es la media aritmética de la muestra B y las medianas de las muestras A y B son s y t , respectivamente, ¿cuál de las siguientes relaciones es verdadera?

Muestra A	
Variable M	Frecuencia
p	3
q	5
r	4

Muestra B	
Variable M	Frecuencia
p	5
q	3
r	4

- A) $m > n$, $s = t$
 B) $m > n$, $s < t$
 C) $m < n$, $s > t$
 D) $m < n$, $s = t$
 E) $m = n$, $s = t$
66. En un curso de 50 estudiantes, se escogen al azar 5 de ellos, cuyas estaturas, en cm, son: 150, 155, 160, 160 y 165. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones se puede(n) deducir de esta información?
- I) El promedio de las estaturas de los 50 estudiantes es 158 cm.
 II) La mitad de los estudiantes del curso mide más de 160 cm.
 III) La estatura de, exactamente, el 10% de los estudiantes del curso se ubica en el intervalo $[150, 165]$.
- A) Solo I
 B) Solo I y II
 C) Solo I y III
 D) Solo II y III
 E) Ninguna de ellas

MODELO MAT 2019

67. La vida útil, en años, de cierto dispositivo electrónico se modela mediante una distribución normal con media μ años y desviación estándar 0,2 años. Se extrae al azar una muestra de 400 dispositivos electrónicos. Si se considera un intervalo de confianza para μ , con un nivel de confianza del 90%, ¿cuál es el margen de error para μ ?

A) $1,64 \cdot \frac{0,2}{\sqrt{400}}$

B) $1,64 \cdot \frac{0,2}{400}$

C) $1,28 \cdot \frac{0,2}{\sqrt{400}}$

D) $1,28 \cdot \frac{0,2}{400}$

E) $0,9 \cdot \frac{0,2}{\sqrt{400}}$

68. En una población de 30.000 estudiantes, los puntajes obtenidos en un test se modelan a través de una distribución normal con media de 500 puntos y desviación estándar de 100 puntos. ¿Cuál de los siguientes números es la mejor aproximación de la cantidad de estudiantes que rinden el test y que logran un puntaje mayor que 696 puntos?

A) 12.000

B) 750

C) 690

D) 29.250

E) 28.500

MODELO MAT 2019

69. En la tabla adjunta se muestran las edades de un grupo de personas agrupadas en intervalos. Se puede determinar el valor de r de la tabla, si:

Datos	Frecuencia
$[10, 20[$	5
$[20, 30[$	7
$[30, 40[$	15
$[40, 50[$	r
$[50, 60]$	8

- (1) La mediana está en el intervalo $[40, 50[$.
 (2) Se sabe que r es la frecuencia del intervalo modal.

- A) (1) por sí sola
 B) (2) por sí sola
 C) Ambas juntas, (1) y (2)
 D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 E) Se requiere información adicional
70. En una bolsa hay 10 fichas del mismo tipo, numeradas correlativamente del 0 al 9. Si de la bolsa se saca una ficha al azar, ¿cuál es la probabilidad de que esta tenga un número primo?

- A) $\frac{5}{9}$
 B) $\frac{4}{9}$
 C) $\frac{1}{5}$
 D) $\frac{1}{4}$
 E) $\frac{2}{5}$

MODELO MAT 2019

71. Se tienen 9 letras diferentes. ¿Cuántas palabras, con o sin sentido, es posible formar con estas 9 letras, sin que se repita ninguna letra, si estas palabras están formadas por al menos 2 letras o a lo más 4 letras?

A) $3! \cdot \binom{9}{3}$

B) $\binom{9}{3}$

C) $\binom{9}{2} \binom{9}{3} \binom{9}{4}$

D) $2! \cdot 3! \cdot 4! \cdot \binom{9}{2} \binom{9}{3} \binom{9}{4}$

E) $2! \cdot \binom{9}{2} + 3! \cdot \binom{9}{3} + 4! \cdot \binom{9}{4}$

72. En el experimento de lanzar un dado común tres veces se define la variable aleatoria X como la cantidad de números pares obtenidos. ¿Cuál de los siguientes conjuntos corresponde al recorrido de X?

A) $\{2, 4, 6\}$

B) $\{0, 1, 2, 3\}$

C) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

D) $\{0, 1\}$

E) $\{1, 2, 3\}$

MODELO MAT 2019

73. Una librería tiene 50 copias de un libro. Si la probabilidad de vender cualquiera de las copias del libro en un mes es 0,35 y estas ventas son independientes entre sí, ¿cuál es la probabilidad de que vendan exactamente 15 copias del libro en un mes?

A) $\binom{50}{15} \cdot (0,35)^{15} \cdot (0,65)^{50}$

B) $\binom{50}{15} \cdot (0,35)^{15} \cdot (0,65)^{35}$

C) $\binom{35}{15} \cdot (0,35)^{15} \cdot (0,65)^{35}$

D) $\binom{50}{15} \cdot (0,35)^{35} \cdot (0,65)^{15}$

E) $\binom{50}{15} \cdot (0,35)^{15}$

74. En la tabla adjunta se muestran algunos valores de la función de distribución de probabilidad acumulada de una variable aleatoria discreta X, cuyo recorrido es $\{0, 1, 3, 4\}$. ¿Cuál de las siguientes igualdades es **FALSA**?

k	P(X ≤ k)
0	0,2
1	0,4
3	0,8
4	1,0

A) $P(X = 0) = P(X = 1)$

B) $P(X = 3) = 0,4$

C) $P(X \leq 1) = P(X = 3)$

D) $P(X \geq 3) = 0,6$

E) $P(X = 0) + P(X = 1) = 0,6$

MODELO MAT 2019

75. Cada uno de 64 estudiantes, independientemente uno del otro, lanzará un dado común y una moneda. ¿Cuál es el valor esperado del número de estudiantes que obtendrá un número par en el dado y un sello en la moneda?

- A) 32
- B) 12
- C) 64
- D) 16
- E) 8

76. Se tienen dos llaveros: P con 4 llaves y Q con 2 llaves. En cada llavero solo hay una llave que abre la puerta de una bodega. Cada llavero tiene la misma probabilidad de ser elegido y cada llave de ese llavero es equiprobable de ser elegida. Si se escoge un llavero al azar y de él se escoge al azar una llave, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) La probabilidad de que la llave abra la bodega es $\frac{3}{8}$.
- II) La probabilidad de que el llavero escogido sea Q y que la llave no abra la bodega es $\frac{1}{2}$.
- III) La probabilidad de que el llavero escogido sea P y que la llave abra la bodega es la mitad de la probabilidad de que el llavero escogido sea Q y que la llave abra la bodega.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) Solo II y III

MODELO MAT 2019

77. En una población el 52% son hombres de los cuales el 12% es zurdo y el 15% de las mujeres también lo es. Si se eligiera al azar una persona entre las personas zurdas de esta población, ¿cuál es la probabilidad de que esta sea hombre?

A) $\frac{52}{100} \cdot \frac{12}{100}$

B) $\frac{12}{52}$

C) $\frac{12}{15}$

D) $\frac{12}{52} \cdot \frac{33}{48}$

E) $\frac{12 \cdot 52}{12 \cdot 52 + 15 \cdot 48}$

78. En el experimento de lanzar un dado común 100 veces de manera independiente, se define la variable aleatoria discreta X como la cantidad de veces que se obtuvo el número 4, la cual se modela a través de una distribución binomial. Si la distribución de X es aproximada por una distribución normal con media μ y desviación estándar σ , ¿cuál es el valor de μ y de σ , respectivamente?

A) $\frac{100}{6}$ y $\frac{\sqrt{500}}{6}$

B) 0 y 1

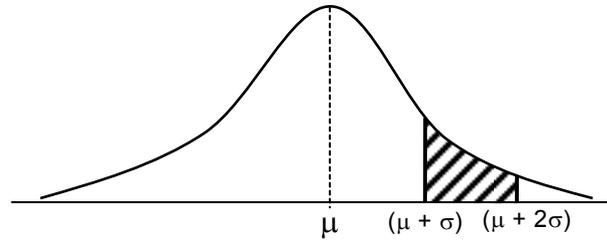
C) $\frac{100}{6}$ y $\frac{500}{36}$

D) $\frac{10}{\sqrt{6}}$ y $\frac{500}{36}$

E) 50 y 5

MODELO MAT 2019

79. En la figura adjunta se muestra la función densidad de la variable aleatoria X , la cual tiene una distribución normal con media μ y desviación estándar σ . ¿Cuál de los siguientes números es la mejor aproximación de la probabilidad que representa la zona achurada?



- A) 0,08
B) 0,14
C) 0,27
D) 0,17
E) 0,34
80. En un taller de arte se selecciona al azar un estudiante. Se puede determinar la probabilidad de que este vista pantalones negros, si se sabe que:
- (1) El 85% de los integrantes de este taller visten pantalones.
(2) En este taller, el 60% de los que visten pantalones, los llevan de color negro.
- A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

