



## MODELO MAT 2015

### INSTRUCCIONES ESPECÍFICAS

1. A continuación encontrará una serie de símbolos, los que puede consultar durante el desarrollo de los ejercicios.
2. Las figuras que aparecen en el modelo son solo indicativas.
3. Los gráficos que se presentan en este modelo están dibujados en un sistema de ejes perpendiculares.
4. Se entenderá por dado común, a aquel que posee 6 caras, donde al lanzarlo las caras son equiprobables de salir.

### SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

$<$	es menor que	$\cong$	es congruente con
$>$	es mayor que	$\sim$	es semejante con
$\leq$	es menor o igual a	$\perp$	es perpendicular a
$\geq$	es mayor o igual a	$\neq$	es distinto de
$\square$	ángulo recto	$//$	es paralelo a
$\sphericalangle$	ángulo	$\in$	pertenece a
log	logaritmo en base 10	$\overline{AB}$	trazo AB
$\phi$	conjunto vacío	$ x $	valor absoluto de x
$\cup$	unión de conjuntos	$x!$	factorial de x
$\cap$	intersección de conjuntos	$A^c$	complemento del conjunto A
$\vec{u}$	vector u		

Registro de Propiedad Intelectual N° 242648 – 2014.  
Universidad de Chile.

Derechos reservados ©. Prohibida su reproducción total o parcial.

## MODELO MAT 2015

1. ¿Cuál(es) de las siguientes operaciones da(n) por resultado la unidad?

I)  $\frac{7}{12} + \frac{5}{12}$

II)  $\frac{7}{12} \cdot \frac{12}{7}$

III)  $\frac{13}{12} : \frac{12}{13}$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) I, II y III

2.  $\frac{0,1^2 - 0,1^3}{0,1} =$

- A) -1
- B) 0
- C) 0,1
- D) 0,009
- E) 0,09

3. Al realizar la operación  $20 \div 3$  en una calculadora, ella da como resultado 6,666666667. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) La calculadora redondea a la novena cifra decimal.
- II) La calculadora trunca a la novena cifra decimal.
- III)  $\frac{20}{3}$  es un número decimal periódico.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y III
- E) Solo II y III

## MODELO MAT 2015

4. El resultado de  $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{2}{7}\right)$ , truncado a la décima es
- A) 0,1
  - B) 0,2
  - C) 0,3
  - D) 0,8
  - E) 0,7
5. Se repartirá un premio de \$ 624.000 entre Ingrid, Gerardo y Jaime. Ingrid recibe  $\frac{3}{8}$  del total, Gerardo recibe  $\frac{2}{3}$  de lo que quedará y Jaime el resto. ¿Cuánto reciben Gerardo y Jaime, respectivamente?
- A) \$ 234.000 y \$ 260.000
  - B) \$ 156.000 y \$ 134.000
  - C) \$ 260.000 y \$ 364.000
  - D) \$ 260.000 y \$ 130.000
  - E) \$ 416.000 y \$ 208.000
6. Mario planea viajar de la ciudad M a la ciudad N, para lo cual deberá recorrer en su auto  $1,344 \cdot 10^6$  m en tres días, de modo que cada día recorrerá la misma distancia. Si el primer día Mario recorrerá, adicionalmente a lo que va a recorrer en un día, 11 km en su auto para conocer el pueblo donde parará a descansar, ¿cuántos metros recorrerá durante el primer día en su auto, sabiendo que éste lo usará solo para los dos motivos mencionados?
- A)  $11.000,448 \cdot 10^6$
  - B)  $11,448 \cdot 10^6$
  - C)  $4,59 \cdot 10^5$
  - D)  $4,48011 \cdot 10^5$
  - E)  $0,814 \cdot 10^{10}$

MODELO MAT 2015

7. Sean  $a$  y  $b$  números racionales distintos de cero y sean  $m$ ,  $n$  y  $k$  números enteros. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones podría ser **FALSA**?

- A)  $(-a)^3 = -a^3$   
 B)  $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = \left(\frac{b}{a}\right)^0$   
 C)  $(-a)^{-2n} = \frac{1}{a^{2n}}$   
 D)  $(a^n)^{k+m} = a^{nk} + a^{nm}$   
 E)  $(a^{-m} \cdot b)^{-n} = \frac{a^{mn}}{b^n}$

8. Si  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números negativos tales que  $\frac{1}{a-1} < \frac{1}{b-1} < \frac{1}{c-1}$ , ¿cuál(es) de las siguientes relaciones es (son) verdadera(s)?

- I)  $\frac{1}{(a-1)^2} < \frac{1}{(b-1)^2} < \frac{1}{(c-1)^2}$   
 II)  $\frac{b-1}{a-1} < 1 < \frac{b-1}{c-1}$   
 III)  $c < b < a$

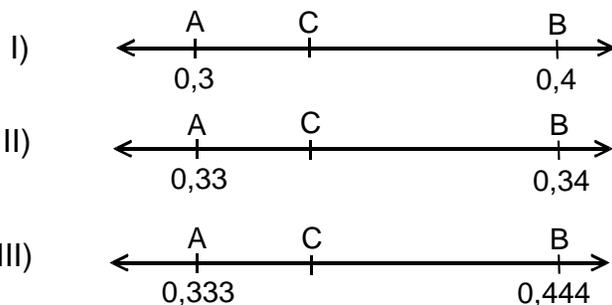
- A) Solo I  
 B) Solo II  
 C) Solo III  
 D) Solo I y II  
 E) I, II y III

9. Si  $A = 0,6\bar{9}$ ;  $B = \frac{25}{36}$  y  $C = \frac{70}{100}$ , ¿cuál de las siguientes relaciones es verdadera?

- A)  $B < A < C$   
 B)  $B < A = C$   
 C)  $A = B < C$   
 D)  $A = B = C$   
 E)  $A = C < B$

MODELO MAT 2015

10. En cada una de las rectas numéricas que se muestran en I), en II) y en III), el punto C es un punto tal que  $AC = \frac{AB}{3}$ . ¿En cuál(es) de ellas  $C = 0,\bar{3}$ ?



- A) Solo en I  
 B) Solo en II  
 C) Solo en III  
 D) Solo en I y en II  
 E) En I, en II y en III
11. Si se ordenan de menor a mayor los siguientes números:  $\sqrt{5}$ ,  $2\sqrt{3}$ ,  $3\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{7}$  y  $\frac{11}{3}$ , entonces el término del medio es
- A)  $\sqrt{5}$   
 B)  $2\sqrt{3}$   
 C)  $3\sqrt{2}$   
 D)  $\sqrt{7}$   
 E)  $\frac{11}{3}$
12. Si  $\sqrt{3}$  es aproximadamente 1,7320, entonces  $\sqrt{0,27}$  aproximado por redondeo a la centésima es
- A) 0,50  
 B) 0,51  
 C) 0,52  
 D) 0,05  
 E) ninguno de los valores anteriores.

MODELO MAT 2015

13. La expresión  $-(6 - \sqrt{6})^2$  es

- A) un número irracional positivo.
- B) un número racional positivo.
- C) un número racional negativo.
- D) un número irracional negativo.
- E) cero.

14. Sean  $p$ ,  $q$  y  $r$  números mayores que 1. Si  $\log_5 \sqrt{p} > \log_4 q > \log_3 (2r)$ , entonces se cumple que

- A)  $p > q > r$
- B)  $r > p > q$
- C)  $r > q > p$
- D)  $q > p > r$
- E)  $p > r > q$

15. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I)  $(\sqrt{3} + 4)^2 = 19$
- II)  $\sqrt{\sqrt{5} + 1} \cdot \sqrt{\sqrt{5} - 1} = 2$
- III)  $\frac{2\sqrt{50} + 4\sqrt{18}}{\sqrt{8}} = 11$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

MODELO MAT 2015

16. Sea  $q$  una aproximación por exceso a la centésima de  $\sqrt{2}$  y  $p$  una aproximación por defecto a la centésima de  $\sqrt{2}$ . ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I)  $q = p$
- II)  $\frac{p + q}{2} = \sqrt{2}$
- III)  $q = \sqrt{2} - k$ , con  $k$  un número real positivo.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo II y III
- E) Ninguna de ellas.

17. Si el área de una figura plana está representada por la expresión

- I)  $x^2 + 4x + 4$ , entonces la figura puede ser un cuadrado de lado  $(x + 2)$ .
- II)  $x^2 - 9$ , entonces la figura puede ser un cuadrado de lado  $(x - 3)$ .
- III)  $x^2 + 7x + 12$ , entonces la figura puede ser un rectángulo donde uno de sus lados es  $(x + 4)$ .

Es (son) verdadera(s)

- A) solo I.
- B) solo II.
- C) solo I y III.
- D) solo II y III.
- E) ninguna de ellas.

18. Se tienen \$ 16.000 en monedas de \$ 500 y de \$ 50. Si el total de monedas es 50, entonces la cantidad de monedas de \$ 500 es

- A) 32
- B) 30
- C) 27
- D) 20
- E) 18

MODELO MAT 2015

19. Para  $x \neq 0$ , la expresión  $1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$  es igual a

A)  $\frac{x^2 + x + 1}{x^2}$

B)  $x^2 + x + 1$

C)  $\frac{3}{1 + x + x^2}$

D)  $1 + \frac{2}{x^2}$

E)  $\frac{(x + 1)^2}{x^2}$

20. Sean  $a$ ,  $b$  y  $p$  números reales, tales que  $a > b$  y  $p = \frac{a^2 - b^2}{a^2 - 2ab + b^2}$ . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

A)  $p = 1$

B) Si  $b < 0$ , entonces  $p < 1$ .

C)  $p > 1$

D) Si  $b > 0$ , entonces  $p < 1$ .

E)  $p = 0$

21. ¿Cuál de los siguientes sistemas está compuesto por dos ecuaciones lineales?

A) 
$$\begin{cases} 2xy + 3y = 7 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

B) 
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 4x^2 - y^2 = 0 \end{cases}$$

C) 
$$\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$$

D) 
$$\begin{cases} \frac{x}{y} = 2 + y \\ x - y = 7 \end{cases}$$

E) 
$$\begin{cases} x - 4y = 2 \\ (x - 2)(5 + 6y) = 0 \end{cases}$$

MODELO MAT 2015

22. Un vehículo ha recorrido  $pq$  kilómetros, donde  $p$  es el dígito de las decenas y  $q$  el dígito de las unidades. La suma de los dígitos que componen dicho número es ocho. Dieciocho kilómetros más adelante ha recorrido  $qp$  kilómetros, donde  $q$  es el dígito de las decenas y  $p$  el dígito de las unidades. ¿Cuál de los siguientes sistemas permite determinar los kilómetros recorridos?

A) 
$$\begin{cases} p + q = 8 \\ p + q = 10q + p - 18 \end{cases}$$

B) 
$$\begin{cases} p + q = 8 \\ 10q + p = 10p + q + 18 \end{cases}$$

C) 
$$\begin{cases} p + q = 8 \\ p + q - 18 = 10p + q \end{cases}$$

D) 
$$\begin{cases} p + q = 8 \\ 10q + p + 18 = 10p + q \end{cases}$$

E) 
$$\begin{cases} p + q = 8 \\ p + q + 18 = 10p + q \end{cases}$$

23. Las soluciones de la ecuación  $3(x - 2)^2 = 7$  están representadas en

A)  $2 \pm \frac{\sqrt{7}}{3}$

B)  $-2 \pm \sqrt{\frac{7}{3}}$

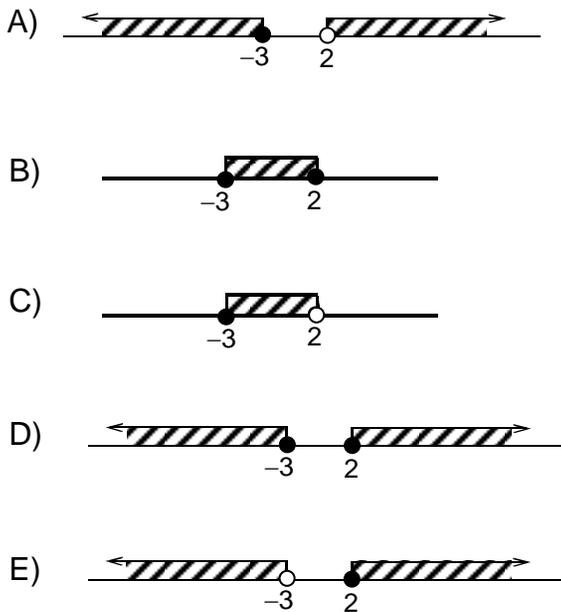
C)  $2 \pm \sqrt{\frac{7}{3}}$

D)  $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{3}$

E)  $\frac{2 \pm \sqrt{7}}{3}$

MODELO MAT 2015

24. Juan para una tarea debe cortar, en forma rectangular, un cartón cuya área debe ser de  $2.500 \text{ cm}^2$  y donde el largo ( $x$ ) debe exceder al ancho en 75 cm. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones permite a Juan determinar el largo y el ancho del cartón, en cm?
- A)  $x^2 - 75x = 2.500$   
 B)  $x^2 + 75x = 2.500$   
 C)  $x^2 - 75 = 2.500$   
 D)  $x^2 + 75 = 2.500$   
 E)  $4x - 150 = 2.500$
25. Leonardo tiene una cierta cantidad de dinero en monedas de \$ 500. Si le regalaran otras 5 de estas monedas tendría menos de \$ 50.000, pero si gastara \$ 10.000 le quedarían más de 20 monedas de \$ 500. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera, con respecto al dinero que tiene Leonardo?
- A) Tiene \$ 20.000.  
 B) Tiene \$ 47.500.  
 C) Tiene más de \$ 47.500.  
 D) Tiene menos de \$ 20.000.  
 E) Tiene más de \$ 20.000 y menos de \$ 47.500.
26. El gráfico que representa el conjunto de los números reales que son menores o iguales a  $-3$  ó mayores que 2, es



MODELO MAT 2015

27. ¿Cuáles son todos los valores de  $x$  que satisfacen simultáneamente las inecuaciones  $2x + 1 \leq 3 - x$  y  $\frac{1}{x+2} > 1$ ?

A)  $x < -1$  y  $x \neq -2$

B)  $-2 < x < -1$

C)  $x \leq \frac{2}{3}$  y  $x \neq -2$

D)  $-2 < x \leq \frac{2}{3}$

E)  $-1 < x \leq \frac{2}{3}$

28. En un  $\triangle ABC$ ,  $BC = m$ ,  $AC = x$  y  $AB = 2x - 1$ . Si  $x \geq 1$ , entonces  $m$  pertenece al intervalo

A)  $]x - 1, 3x - 1[$

B)  $[x, 2x - 1]$

C)  $]0, 3x - 1[$

D)  $[1, 3x - 1[$

E)  $[x, 3x - 1[$

29. Un técnico cobra un cargo fijo de \$ 17.000 más \$ 1.500 por hora de trabajo. ¿Cuál de las siguientes funciones modela el cobro, en pesos, para un trabajo de  $n$  horas de este técnico?

A)  $g(n) = 17.000n + 1.500$

B)  $f(n) = 17.000 + 1.500n$

C)  $h(n) = 18.500n$

D)  $p(n) = 17.000 \cdot 1.500n$

E)  $q(n) = n + 18.500$

## MODELO MAT 2015

30. Sean  $f$  y  $g$  funciones, tales que,  $g(x) = 1$ , para  $x \geq 2$ ;  $g(x) = -1$ , para  $x < 2$  y  $f(x) = \sqrt{x}$ , para  $x \geq 0$ . ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?
- I)  $f(g(x))$  solo está definida para  $x \geq 2$ .
  - II)  $g(f(x))$  está definida para todos los números reales.
  - III)  $f(g(4)) = g(f(4))$
- A) Solo I
  - B) Solo II
  - C) Solo III
  - D) Solo I y III
  - E) I, II y III
31. Sea  $p$  un número real distinto de cero y  $f$  la función definida por  $f(x) = px$ , con dominio los números reales. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**, con respecto a  $f$ , para algún valor de  $p$ ?
- A) La imagen de la suma de dos números reales es la suma de sus imágenes.
  - B) La preimagen de un número entero es un número entero.
  - C) La preimagen del cero es el cero.
  - D) La imagen del doble de un número es el doble de la imagen del número.
  - E) La imagen de  $p$  es un número real no negativo.
32. Si  $f(x) = \sqrt{x^2 + 5} + \sqrt{x^2}$ , entonces  $f(-2)$  es igual a
- A) 5
  - B) 1
  - C) -1
  - D) 3
  - E) ninguno de los valores anteriores.
33. Sea la función  $f$  definida por  $f(x) = x^2 + 2ax - 1$ , con  $a \neq 0$  y dominio el conjunto de los números reales. El valor de  $x$  donde la función alcanza su valor mínimo es
- A) -1
  - B)  $3a^2 - 1$
  - C)  $a$
  - D)  $-a^2 - 1$
  - E)  $-a$

MODELO MAT 2015

34. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s), con respecto a las funciones de la forma  $f(x) = x^2 - p$ , con dominio los números reales?

- I) Si  $p > 0$ , entonces la gráfica de  $f$  interseca al eje  $x$  en un solo punto.
- II) Si  $p < 0$ , entonces la gráfica de  $f$  no interseca al eje  $x$ .
- III) Si  $p < 0$ , entonces la ordenada del punto donde la gráfica de  $f$  interseca al eje  $y$  es positiva.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

35. Sean las funciones  $f(x) = x^4$  y  $g(x) = x^2$ , con dominio el conjunto de los números reales. ¿Cuál es el menor conjunto que contiene a todos los números reales que satisfacen la desigualdad  $f(x) \leq g(x)$ ?

- A)  $\mathbb{R}$
- B)  $]-\infty, -1[ \cup ]1, \infty[$
- C)  $] -1, 1[$
- D)  $[0, 1]$
- E)  $[-1, 1]$

36. En la figura 1,  $MNPQ$  es un trapecio isósceles,  $S$  pertenece a  $\overline{QN}$  y  $R$  pertenece a  $\overline{MP}$ . Si  $O$  es la intersección de las diagonales, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

- I)  $\triangle MRQ \cong \triangle NSP$
- II)  $\triangle OSP \cong \triangle NSP$
- III)  $\triangle MOQ \cong \triangle NOP$

- A) Solo II
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

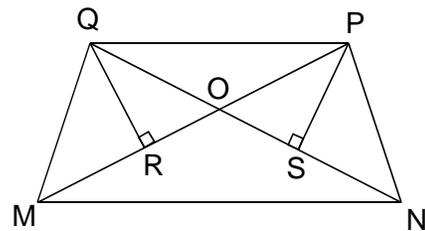


fig. 1

MODELO MAT 2015

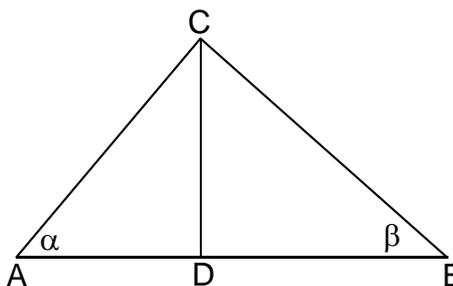
37. Al punto  $(6, -4)$  se le aplica una traslación obteniendo el punto  $(12, -8)$ . Si al punto  $(-3, 5)$  se le aplica la misma traslación, entonces se obtiene el punto

- A)  $(-6, 10)$
- B)  $(-9, 9)$
- C)  $(9, -3)$
- D)  $(3, 1)$
- E)  $(6, 9)$

38. En la figura 2,  $\overline{CD}$  es una altura del triángulo  $ABC$ . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones **NO** permite concluir que el triángulo  $ADC$  sea congruente con el triángulo  $BDC$ ?

- A)  $\alpha = \beta$
- B)  $D$  es el punto medio de  $\overline{AB}$ .
- C)  $\alpha + \beta = 90^\circ$
- D)  $AC = CB$
- E)  $\overline{CD}$  es un eje de simetría del triángulo  $ABC$ .

fig. 2



39. Dados  $\vec{v} = (m, 2)$  y  $\vec{u} = (3, 4)$ , ¿cuál de los siguientes números puede ser el valor de  $m$  para que la longitud de  $\vec{v}$  sea el doble de la longitud de  $\vec{u}$ ?

- A)  $\sqrt{96}$
- B)  $\sqrt{104}$
- C)  $\sqrt{46}$
- D)  $\sqrt{21}$
- E)  $1$

MODELO MAT 2015

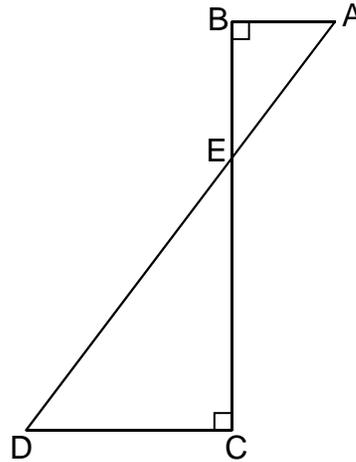
40. Dos vértices de un cuadrado son los puntos  $(0, 0)$  y  $(3, 4)$ . ¿Cuál de los siguientes puntos **NO** puede ser otro de los vértices del cuadrado?

- A)  $(4, -3)$
- B)  $(7, 1)$
- C)  $(5, 0)$
- D)  $(-4, 3)$
- E)  $(-1, 7)$

41. En la figura 3,  $AB = 6$  cm,  $AE = 10$  cm y  $BC = 24$  cm. La medida de  $\overline{AD}$  es

- A) 20 cm
- B) 30 cm
- C)  $\frac{110}{3}$  cm
- D)  $\frac{114}{5}$  cm
- E)  $\frac{80}{3}$  cm

fig. 3



42. En la figura 4,  $AC = 24$  cm y  $AC : AD = 2 : 3$ . La medida del segmento CD es igual a

- A) 12 cm
- B) 14,4 cm
- C) 16 cm
- D) 36 cm
- E) ninguno de los valores anteriores.

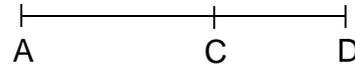


fig. 4

MODELO MAT 2015

43. Si  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ , donde  $\overline{AB}$  es homólogo con  $\overline{DE}$ ,  $AB = a$  cm y  $DE = 3a$  cm, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

- A) Si el área del triángulo ABC es  $16 \text{ cm}^2$ , entonces el área del triángulo DEF es  $48 \text{ cm}^2$ .
- B)  $3 \cdot \sphericalangle ABC = \sphericalangle DEF$
- C) El perímetro del triángulo ABC es un tercio del perímetro del triángulo DEF.
- D)  $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ,  $\overline{AC} \parallel \overline{DF}$  y  $\overline{BC} \parallel \overline{EF}$
- E) Ninguna de las anteriores.

44. En la circunferencia de centro O y radio 12 cm de la figura 5,  $CD = 5$  cm. ¿Cuánto mide el segmento AC?

- A)  $\sqrt{95}$  cm
- B)  $\sqrt{60}$  cm
- C) 7 cm
- D)  $\sqrt{35}$  cm
- E) Indeterminable con los datos dados.

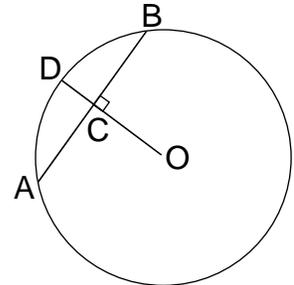


fig. 5

45. En el rectángulo de la figura 6 el punto G está en  $\overline{AB}$  y F en la diagonal  $\overline{AC}$ . Si  $AD = 4$  cm,  $AG = 6$  cm y  $AB = 2AD$ , ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I)  $6 : GF = 2 : BC$
- II)  $FC = \sqrt{5}$  cm
- III)  $\triangle ACD \sim \triangle FAG$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

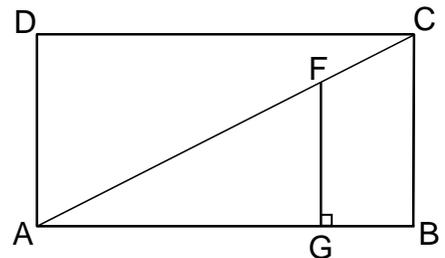


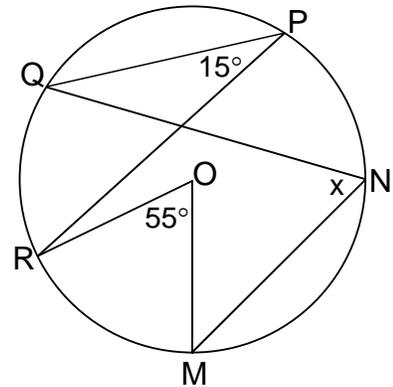
fig. 6

MODELO MAT 2015

46. En la figura 7, M, N, P, Q y R están en la circunferencia de centro O. El valor del ángulo x es

- A)  $42,5^\circ$
- B)  $70^\circ$
- C)  $35^\circ$
- D)  $31,25^\circ$
- E)  $125^\circ$

fig. 7



47. En un triángulo ABC rectángulo en C cuya hipotenusa mide p, la medida de la proyección de un cateto sobre ella es m. ¿Cuál de las siguientes expresiones **siempre** representa al cuadrado de la medida del otro cateto?

- A) pm
- B)  $p^2 - m^2$
- C)  $(p - m)^2$
- D)  $(pm)^2$
- E)  $p^2 - pm$

48. Sean ABC y A'B'C' dos triángulos semejantes, con  $\overline{AC}$  y  $\overline{A'C'}$  lados homólogos,  $AC = 20$  cm y  $A'C' = 8$  cm. Si el triángulo ABC tiene un área de  $M$  cm<sup>2</sup>, ¿cuál de las siguientes expresiones representa el área del triángulo A'B'C', en cm<sup>2</sup>?

- A)  $\frac{25}{4} \cdot M$
- B)  $\frac{2}{5} \cdot M$
- C)  $\frac{5}{2} \cdot M$
- D)  $\frac{4}{25} \cdot M$
- E) Ninguna de las anteriores.

MODELO MAT 2015

49. Si la ecuación de la recta  $L_1$  es  $y = -3x + 3$ , la recta  $L_2$  intersecta al eje  $y$  en el punto  $(0, 6)$  y  $L_1 \parallel L_2$ , entonces  $L_2$  intersecta al eje  $x$  en el punto

- A)  $(-18, 0)$
- B)  $(2, 0)$
- C)  $(0, 6)$
- D)  $(1, 0)$
- E)  $(-2, 0)$

50. En la figura 8 se muestra la representación gráfica de cuatro sistemas de ecuaciones. ¿Cuál de los siguientes sistemas **NO** ha sido representado en la figura?

- A)  $x = 1$  ;  $y = x$
- B)  $x = 1$  ;  $y = 1$
- C)  $y = -x + 2$  ;  $y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$
- D)  $2y - x = 1$  ;  $y = x$
- E)  $y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$  ;  $2y - x = 1$

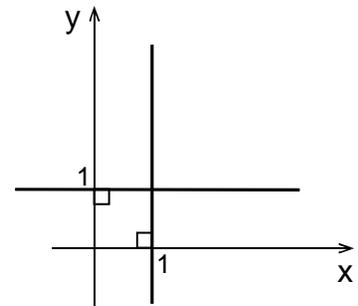
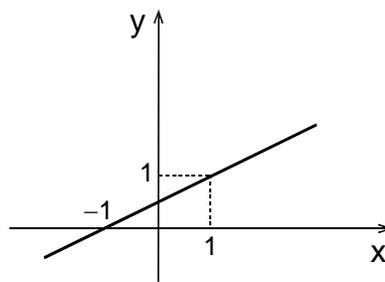
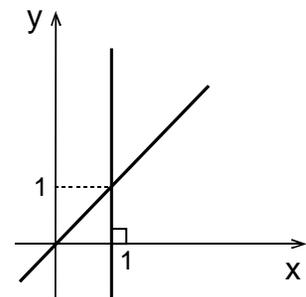
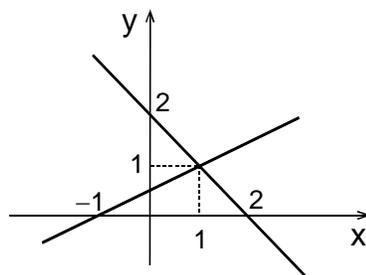


fig. 8



## MODELO MAT 2015

51. Sean L y M dos rectas en el plano cartesiano tales que M tiene pendiente 1 y pasa por el origen, L es una recta que tiene pendiente 0 y es distinta al eje x. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) L es paralela al eje x.
- II) L puede intersectar a M en el tercer cuadrante.
- III) Si L pasa por el punto (0, 4), entonces ambas rectas se intersectan en el punto (4, 4).

- A) Solo I
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) I, II y III

52. El punto B(5, 4) se rota en torno al punto A(1, 1) en  $90^\circ$ , obteniéndose el punto B'. ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por los puntos A y B'?

- A)  $y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$
- B)  $y = -\frac{4}{3}x + \frac{7}{3}$
- C)  $y = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$
- D)  $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$
- E)  $y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{3}$

53. Sean los puntos M y P de coordenadas (2, 3) y (5, p), respectivamente, con P en el cuarto cuadrante. Si la distancia entre estos puntos es 7 unidades, entonces el valor de p es

- A)  $3 - 2\sqrt{10}$
- B)  $3 + 2\sqrt{10}$
- C)  $\sqrt{31}$
- D)  $-\sqrt{31}$
- E)  $-\sqrt{67}$

MODELO MAT 2015

54. En la figura 9 se muestran dos homotecias: una de centro O y razón de homotecia 2 que transforma a ABCD en PQRS y la otra de centro O y razón de homotecia 0,5 que transforma a ABCD en EFGH. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) Si BQ es igual a 5 cm, entonces BF es igual a 2,5 cm.
- II)  $OH = \frac{1}{3}SH$
- III)  $\overline{EH} \parallel \overline{PS}$

- A) Solo I
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) I, II y III

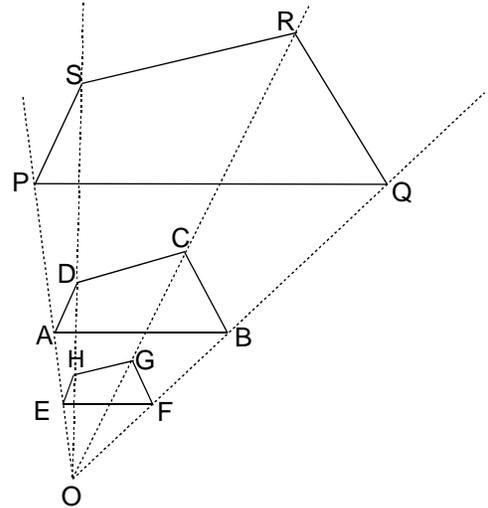


fig. 9

55. Si el polígono de la figura 10 se hace girar indefinidamente en torno al lado  $\overline{AB}$ , entonces se obtiene un cuerpo que está formado por

- A) seis cubos.
- B) tres cilindros.
- C) doce cubos.
- D) un cono.
- E) una pirámide.

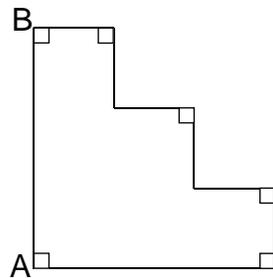


fig. 10



MODELO MAT 2015

58. En las opciones se muestran ecuaciones vectoriales, para  $t$  variando en los números reales, ¿en cuál de ellas la recta asociada **NO** pasa por el origen?

- A)  $\vec{v}(t) = t(1, 2, 3)$
- B)  $\vec{p}(t) = (2, 4, 6) + t(1, 2, 3)$
- C)  $\vec{g}(t) = (-3, 9, -12) + t(1, -3, 4)$
- D)  $\vec{n}(t) = (-2, -10, -28) + t(1, 5, 14)$
- E)  $\vec{m}(t) = (2, 10, 21) + t(1, 5, 7)$

59. La tabla adjunta muestra algunos de los datos que resultan de encuestar a un grupo de adultos mayores sobre la edad que tienen. Con respecto a los datos de esta tabla, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

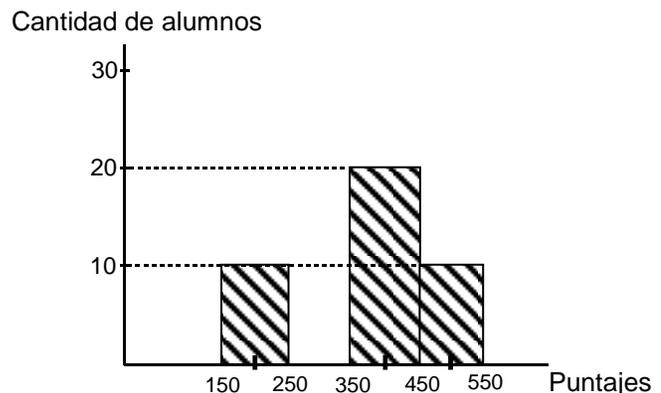
- A) La marca de clase del segundo intervalo es 64,5 años.
- B) El rango de la variable edad es 15 años.
- C) La moda es 42.
- D) La mediana se encuentra en el intervalo  $[66, 69[$ .
- E) La frecuencia relativa porcentual del último intervalo es 8%.

Edad (años)	Frecuencia	Frecuencia acumulada
$[60, 63[$	5	
$[63, 66[$		23
$[66, 69[$	42	
$[69, 72[$	27	
$[72, 75]$		100

60. El gráfico de la figura 13 muestra los puntajes, en intervalos, obtenidos en una prueba por los alumnos de un curso. Se desconoce el número de personas que obtuvo puntajes entre 250 y 350 puntos. Si se sabe que el promedio total del curso, obtenido a partir de la marca de clase, es de 360 puntos, ¿cuántos alumnos rindieron la prueba?

- A) 50
- B) 40
- C) 30
- D) 20
- E) 10

fig. 13



## MODELO MAT 2015

61. Se tienen los puntajes del total de estudiantes de un curso en un examen de matemática, los cuales se agrupan posteriormente en intervalos como se muestra en la tabla adjunta. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?
- A) 39 alumnos obtuvieron al menos 20 puntos.
  - B) 45 alumnos rindieron el examen.
  - C) La mediana de los puntajes se encuentra en el intervalo  $[30, 39]$ .
  - D) 6 alumnos obtuvieron a lo más 19 puntos.
  - E) Se puede deducir que la moda de los puntajes de los alumnos se encuentra en el intervalo  $[40, 50]$ .

Puntajes	Nº de alumnos
$[0, 9]$	2
$[10, 19]$	4
$[20, 29]$	7
$[30, 39]$	15
$[40, 50]$	17

62. Al observar los grupos de datos P y Q de la tabla adjunta, se puede deducir que
- A) solo las medias aritméticas y las modas de P y Q son iguales.
  - B) las medias aritméticas y las medianas de P y Q son iguales.
  - C) las medianas y las modas de P y Q son iguales.
  - D) las medias aritméticas, las medianas y las modas de P y Q son iguales.
  - E) las medias aritméticas, las medianas y las modas de P y Q son diferentes.

P	10	12	13	13	15	16
Q	10	12	13	13	15	17

63. Si  $a$ ,  $b$  y  $c$  son tres números enteros cuya desviación estándar es  $\sigma$ , entonces la desviación estándar de  $na$ ,  $nb$  y  $nc$ , con  $n$  un número entero positivo, es
- A)  $n^2\sigma$
  - B)  $\sigma$
  - C)  $\sqrt{n}\sigma$
  - D)  $n\sigma$
  - E)  $3n\sigma$

## MODELO MAT 2015

64. Sea el conjunto  $A$  formado por los elementos  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  y  $a_6$ , con desviación estándar  $\sigma$  y varianza  $\sigma^2$ . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
- A)  $\sigma$  y  $\sigma^2$  nunca serán iguales.
  - B)  $\sigma^2$  nunca será cero.
  - C) Siempre  $\sigma^2 > \sigma$ .
  - D) Si los elementos de  $A$  son números impares consecutivos, entonces  $\sigma = 1$ .
  - E) Si los elementos de  $A$  son números enteros positivos distintos entre sí, entonces  $\sigma$  es mayor que cero.
65. Un grupo de veinte personas se reunió a comer en un restaurante. Doce comieron mariscos y ocho comieron carne. Al día siguiente, trece de ellos amanecieron enfermos, de los cuales nueve consumieron mariscos. Si de los enfermos se elige una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que hubiese consumido carne?
- A)  $\frac{4}{20}$
  - B)  $\frac{4}{13}$
  - C)  $\frac{4}{8}$
  - D)  $\frac{9}{13}$
  - E)  $\frac{4}{9}$
66. Carolina, Daniela, Antonia y Victoria pertenecen a un grupo. Un profesor debe elegir a dos de ellas para realizar un trabajo de matemática. ¿Cuál es el máximo número de combinaciones de parejas que se pueden formar con estas cuatro niñas?
- A) 8
  - B) 2
  - C) 6
  - D) 12
  - E) 16

## MODELO MAT 2015

67. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

- I) Al lanzar un dado común, para que salga un 6 es necesario lanzarlo como mínimo 6 veces.
- II) Al lanzar una moneda dos veces, los casos favorables de obtener dos caras es la misma de obtener dos sellos.
- III) Al lanzar seis dados comunes a la vez, la probabilidad de que en todos ellos aparezca el 1 es 0.

- A) Solo II
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

68. Se tienen tres cajas con dos bolitas, una de color azul y otra de color blanco, en cada una de ellas y todas las bolitas son del mismo tipo. Si se extrae al azar una bolita de cada caja, ¿cuál es la probabilidad de que éstas sean dos azules y una blanca?

- A)  $\frac{2}{9}$
- B)  $\frac{3}{8}$
- C)  $\frac{1}{4}$
- D)  $\frac{1}{8}$
- E)  $\frac{3}{4}$

69. Si se lanzan 5.000 veces dos dados comunes, entonces según la Ley de los Grandes Números, ¿en qué porcentaje, aproximadamente, de esas repeticiones, ocurrirá que la suma de los números obtenidos será mayor o igual a 6?

- A) En un 8%
- B) En un 14%
- C) En un 36%
- D) En un 58%
- E) En un 72%

## MODELO MAT 2015

70. Una caja contiene en total 10 fichas del mismo tipo y solo de dos colores,  $m$  son azules y  $n$  son rojas. Si se extraen al azar 4 fichas a la vez de la caja y se define la variable aleatoria  $X$  como el número de fichas azules que se obtienen, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) Si  $3m = 7n$ , entonces los posibles valores de  $X$  son: 1, 2, 3 y 4.
- II) Si  $n = m + 6$ , entonces los posibles valores de  $X$  son: 2, 3 y 4.
- III) Si  $\frac{m}{n} = 1$ , entonces los posibles valores de  $X$  son: 0, 1, 2, 3 y 4.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y III
- E) I, II y III

71. Una urna contiene 20 bolitas, todas del mismo tipo, seis están marcadas con el 1, diez con el 2 y cuatro con el 3. Se saca una bolita al azar de la urna, se registra su número y se devuelve a la urna, luego se saca otra bolita al azar y se registra su número. Si se define la variable aleatoria  $X$  como “el producto de los números de las bolitas extraídas”, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) Los valores que puede tomar la variable  $X$  son 1, 2, 3, 4, 6 ó 9.
- II)  $P(X = 2) = \frac{3}{20}$
- III)  $P(X = 1) = \frac{9}{100}$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

## MODELO MAT 2015

72. Si  $P$  es una función de probabilidad en un experimento aleatorio donde se definen dos sucesos  $A$  y  $B$ , con  $P(A) \neq 0$  y  $P(B) \neq 0$ , ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

- I) Si  $A$  y  $B$  son mutuamente excluyentes, entonces  $P(A/B) = 0$ .
- II) Si  $A$  y  $B$  son mutuamente excluyentes, entonces  $P(B/A) = P(B)$ .
- III) Si  $A$  y  $B$  son independientes, entonces  $P(A/B) = P(B/A)$ .

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y III
- E) Solo II y III

73. En el experimento de lanzar dos dados comunes se define la variable aleatoria  $X$  como el valor absoluto de la diferencia de los números que se obtienen. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A)  $P(X \geq 0) = 1$
- B)  $P(X \geq 2) = \frac{10}{21}$
- C)  $P(X = 0) = \frac{6}{36}$
- D) El recorrido de  $X$  es  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ .
- E)  $P(X \leq 5) = 1$

## MODELO MAT 2015

### EVALUACIÓN DE SUFICIENCIA DE DATOS INSTRUCCIONES PARA LAS PREGUNTAS N° 74 A LA N° 80

En las siguientes preguntas no se pide la solución al problema, sino que se decida si con los datos proporcionados tanto en el enunciado como en las afirmaciones (1) y (2) se pueda llegar a la solución del problema.

Es así, que se deberá marcar la opción:

- A) **(1) por sí sola**, si la afirmación (1) por sí sola es suficiente para responder a la pregunta, pero la afirmación (2) por sí sola no lo es,
- B) **(2) por sí sola**, si la afirmación (2) por sí sola es suficiente para responder a la pregunta, pero la afirmación (1) por sí sola no lo es,
- C) **Ambas juntas, (1) y (2)**, si ambas afirmaciones (1) y (2) juntas son suficientes para responder a la pregunta, pero ninguna de las afirmaciones por sí sola es suficiente,
- D) **Cada una por sí sola, (1) ó (2)**, si cada una por sí sola es suficiente para responder a la pregunta,
- E) **Se requiere información adicional**, si ambas afirmaciones juntas son insuficientes para responder a la pregunta y se requiere información adicional para llegar a la solución.

Ejemplo: Se puede determinar el monto total de una deuda, en términos de P y Q, si se sabe que:

- (1) La cuota mínima a pagar es el P% de la deuda.
- (2) La cuota mínima a pagar es de \$ Q.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

En la afirmación (1) se tiene que la cuota mínima a pagar es el P% de la deuda. Si x representa el monto total de dicha deuda, entonces este porcentaje queda expresado por  $\frac{Px}{100}$ , el cual no permite determinar el monto total de la deuda.

Con la afirmación (2) se conoce la cuota mínima a pagar, que es de \$ Q, pero esta información por sí sola es insuficiente para determinar el monto total de la deuda.

Ahora, si se juntan los datos entregados en (1) y en (2) se tiene que  $\frac{Px}{100} = Q$ , luego esta ecuación permite determinar el monto total de la deuda, en términos de P y Q. Por lo tanto, se debe marcar la opción C), Ambas juntas, (1) y (2).

MODELO MAT 2015

74. Se construye un rectángulo de perímetro  $L$ . Se puede determinar que las medidas de todos los lados del rectángulo son números enteros, si se sabe que:

- (1)  $L$  es un número entero.
- (2) Se puede construir un triángulo equilátero de perímetro  $L$  de manera que la medida de su lado es un número entero.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

75. La ecuación  $x + b = mx + n$ , cuya incógnita es  $x$ , tiene una solución distinta de cero, si:

- (1)  $b \neq n$
- (2)  $m \neq 1$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

76. Se puede determinar el valor de  $q$  en la función real  $f(x) = \log_3(4x + q)$ , si se sabe que:

- (1)  $f\left(\frac{15}{2}\right) = 3$
- (2) La gráfica de  $f$  intersecta al eje  $x$  en el punto  $(1, 0)$ .

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

## MODELO MAT 2015

77. En un sistema de ejes coordenados se puede determinar el radio de una circunferencia, si se conoce:

- (1) El centro de la circunferencia y un punto de ella.
- (2) Dos puntos de la circunferencia.

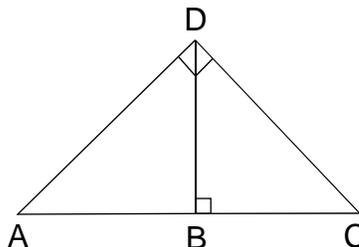
- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

78. En el triángulo ACD de la figura 14, se puede determinar la medida del segmento BC, si:

- (1)  $AB = 3$  cm
- (2) Se conoce la medida del segmento DC.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

fig. 14



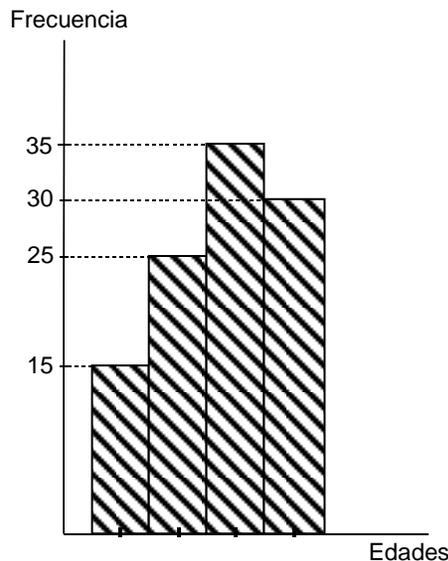
## MODELO MAT 2015

79. El histograma de la figura 15 muestra la distribución de las edades de un grupo de personas, en donde no se han indicado las edades de ellas. Se puede determinar la media aritmética de las edades dadas en el gráfico, si se conoce:

- (1) El valor de la mediana de la distribución.
- (2) El valor de las marcas de clases de cada intervalo de la distribución.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

fig. 15



80. Antonia salió a un restaurante a almorzar y debe elegir un menú consistente en a lo menos una ensalada y a lo menos un tipo de carne. Se puede determinar la cantidad de combinaciones distintas de este tipo de alimentos que puede elegir Antonia, si se sabe que:

- (1) Hay 9 ensaladas distintas y 3 tipos de carne.
- (2) Antonia elige solo una ensalada y solo un tipo de carne.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

## MODELO MAT 2015

### CLAVES

ÍTEM	CLAVE	ÍTEM	CLAVE	ÍTEM	CLAVE	ÍTEM	CLAVE
1	D	21	C	41	B	61	E
2	E	22	B	42*	A	62	C
3*	D	23	C	43	C	63	D
4	E	24	A	44	A	64	E
5	D	25	E	45	D	65	B
6	C	26	A	46	A	66	C
7	D	27	B	47	E	67	A
8	C	28*	A	48	D	68	B
9	B	29	B	49	B	69	E
10	D	30	D	50	D	70	D
11	B	31	B	51	E	71*	C
12	C	32	A	52	B	72	A
13	D	33	E	53	A	73	B
14	A	34	D	54	E	74	E
15	D	35	E	55	B	75	C
16	E	36	C	56*	E	76	D
17	C	37	D	57	B	77	A
18	B	38	C	58	E	78	C
19	A	39	A	59	C	79	B
20	B	40	C	60	A	80**	A

\*: Preguntas que, para este Modelo, no se deben considerar para el cálculo de puntaje.

\*\* : Por un problema de transcripción inicialmente este ítem apareció con clave C, siendo A la clave correcta.

### EL SIGNIFICADO DE LOS PUNTAJES

#### Definiciones:

**Puntaje corregido (PC):** se obtiene de sumar todas las respuestas correctas, sin importar las respuestas incorrectas que se obtuvo en la prueba.

**Puntaje estándar (PS):** se obtiene luego de aplicar una transformación (normalización) a los puntajes corregidos. Este puntaje permite comparar los puntajes entre sí y “ordenar” a las personas que rindieron cada prueba de acuerdo con sus puntajes, es decir, los puntajes individuales indican la posición relativa del sujeto dentro del grupo de estudiantes que rindió la prueba en cuestión. El puntaje estándar, para cada prueba, posee una escala común que va desde 150 a 850 puntos, con una media de 500 y una desviación estándar de 110.

**Percentil:** es el valor bajo el cual se encuentra una proporción determinada de la población. El percentil es una medida de posición útil para describir una población. Por

## MODELO MAT 2015

ejemplo, en la Prueba de Matemática, el postulante que quedó en el Percentil 90, quiere decir que supera al 90% de la población que rindió esta prueba.

### TABLA DE REFERENCIA DE TRANSFORMACIÓN DE PUNTAJE DEL MODELO DE MATEMÁTICA

La eliminación del descuento por respuestas erradas, a partir del Proceso de Admisión 2015 (diciembre 2014) significará que para el cálculo de los puntajes corregidos (PC) se considerará sólo las respuestas correctas. Por lo tanto, el puntaje estándar (PS) será el resultado de la “normalización” de la distribución del puntaje bruto a una escala con media 500 y desviación estándar 110, del grupo que rindió la prueba.

Debido a que en la Aplicación 2015 será la primera vez que la población rinda la PSU sin el descuento por respuestas erradas, la tabla de transformación de PC a PS que se adjunta en este modelo es solo referencial.

Este Modelo de prueba de Matemática consta de 80 ítems, donde las 5 preguntas que están marcadas con (\*) en el clavijero no se deben considerar para el cálculo del PC.

Es importante destacar que, en la Prueba Oficial Admisión 2015, estas preguntas son de pilotaje y se incluyen para poder ser testeadas, las cuales no podrán ser identificadas por aquellas personas que rindan la prueba, por lo que no necesariamente ocuparán el mismo lugar que los ítems con (\*) de este Modelo.

Se debe tener en cuenta que a partir del PC que se obtenga en el desarrollo de este Modelo, no se puede anticipar el PS que se obtendrá en la prueba del Proceso de Admisión 2015, por cuanto dependerá del comportamiento del grupo que rendirá dicha prueba.

A continuación, se presenta un ejemplo de un PC y su correspondiente PS y percentil.

Ejemplo:

**Primero:** contabilice sus respuestas correctas excluyendo las 5 preguntas marcadas en el clavijero con (\*).

**Segundo:** si usted obtiene 54 respuestas correctas, entonces su PC es 54. Luego, según la tabla de referencia su PS es 650 y su percentil es 91.

## MODELO MAT 2015

Matemática		
PC	PS	Percentil
0	150	1
1	163	1
2	176	1
3	190	1
4	203	1
5	237	1
6	268	2
7	296	3
8	322	5
9	346	8
10	367	11
11	387	15
12	405	19
13	422	24
14	437	28
15	451	33
16	464	37
17	475	41
18	485	45
19	495	48
20	503	51
21	511	54
22	518	56
23	524	59
24	530	61
25	536	63
26	541	65
27	546	66
28	551	68
29	555	69
30	559	71
31	564	72
32	568	73
33	572	74
34	575	75
35	579	76
36	583	78
37	587	79

Matemática		
PC	PS	Percentil
38	590	79
39	594	80
40	597	81
41	601	82
42	605	83
43	608	84
44	612	85
45	615	85
46	619	86
47	622	87
48	626	87
49	630	88
50	634	89
51	638	89
52	641	90
53	645	91
54	650	91
55	654	92
56	658	92
57	663	93
58	667	94
59	672	94
60	677	95
61	683	95
62	688	96
63	694	96
64	700	97
65	707	97
66	715	97
67	722	98
68	731	98
69	740	99
70	751	99
71	771	99
72	791	99
73	811	99
74	830	99
75	850	99



**UNIVERSIDAD DE CHILE**

Vicerrectoría de Asuntos Académicos  
Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educacional

Avenida José Pedro Alessandri 685 Ñuñoa, Santiago - Chile  
Fono: (56 2) 2978 38 00.  
[www.demre.cl](http://www.demre.cl)

