



N° 19

CON EL MATERIAL QUE ENCONTRARÁS EN ESTA EDICIÓN PODRÁS CONTINUAR REVISANDO LA PSU DE MATEMÁTICA QUE SE RINDIÓ EL AÑO PASADO.

JUEVES
3 DE OCTUBRE
DE 2013

EN EL MERCURIO

EL JUEVES 10 DE OCTUBRE PUBLICAREMOS LA CUARTA PARTE DE LA RESOLUCIÓN DE LA PRUEBA DE HISTORIA Y CIENCIAS SOCIALES Y LA OFERTA DEFINITIVA DE CARRERAS, VACANTES Y PONDERACIONES.



SERIE DEMRE - UNIVERSIDAD DE CHILE:
RESOLUCIÓN PRUEBA OFICIAL
MATEMÁTICA PARTE IV

FINALIZA EL VIERNES 4 DE OCTUBRE:

El plazo extraordinario de inscripción para rendir la PSU está por cerrarse

TAL COMO EN EL PERÍODO ORDINARIO, LOS ALUMNOS DE ESTABLECIMIENTOS MUNICIPALES O PARTICULARES SUBVENCIONADOS PODRÁN REGISTRARSE DE MANERA GRATUITA HACIENDO USO DE LA BECA QUE ENTREGA LA JUNAEB.

EL 30 DE SEPTIEMBRE se abrió una etapa extraordinaria de inscripción para la Prueba de Selección Universitaria (PSU), pensando en todas las personas que quedaron fuera del proceso ordinario que finalizó el 19 de agosto.

Si estás en este grupo, no tienes tiempo que perder. El primer paso es ingresar al sitio web del Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educativo de la Universidad de Chile (www.demre.cl), y una vez que estés ahí, a la sección Portal del Postulante.

Para acceder, como usuario debes digitar tu número de identificación (Cédula Nacional de Identidad o Pasaporte, según corresponda) y como clave, la fecha de nacimiento en formato numérico (día, mes y año). Luego completa los antecedentes solicitados, incorporando la información obligatoria, como tus datos personales y socioeconómicos, la sede donde quieres rendir el examen de selección y la prueba electiva que darás en diciembre.

Recuerda que tendrás que rendir de manera obligatoria la PSU de Lenguaje y Comunicación y la de Matemática, y que deberás elegir entre la de Historia y Ciencias Sociales y la de Ciencias. De todas maneras, toma en cuenta que hay personas que optan por inscribirse para los cuatro test. También existe esa posibilidad.

Si tienes alguna duda o dato por confirmar es importante que sepas que puedes guardar la información que has completado en línea y retomar el proceso más tarde.

Al terminar la inscripción, se obtiene un cupón de pago que se debe cancelar presencialmente en alguna sucursal del Banco de Chile o a través de Webpay (solo tarjeta de crédito). El arancel este año es de \$26.720.

BECA JUNAEB

De la misma forma como ocurrió en el período ordinario, los estudiantes de cuarto medio de colegios municipales y particulares subvencionados pueden inscribirse en forma gratuita para dar la PSU, gracias a la beca que entrega la Junta Nacional de Auxilio Escolar y Becas (Junaeb). En este caso, para hacer efectivo el beneficio, también hay que cumplir con todo el registro y obtener la constancia de beca, pero hay que hacerlo como Inscripción Beca Junaeb. Fíjate en ese detalle.

Una vez cancelado el valor correspondien-



¿ALGUNA DUDA?

Una buena recomendación para realizar de manera correcta el proceso de inscripción para rendir la PSU 2013 es revisar el Instructivo de inscripciones que está disponible en formato PDF en el sitio web del Demre. También tienes la opción de comunicarte con la Mesa de Ayuda Demre. Su teléfono es el (2) 2 978 3806. También se puede enviar un correo a través del sitio www.mesadeayuda.demre.cl o comunicarse vía Skype: demre.uchile.

te o después de haber confirmado que eres beneficiario con la Beca Junaeb, es importante imprimir la tarjeta de identificación para

presentarla al momento de rendir la PSU.

Para obtenerla, hay que ingresar nuevamente al sistema con el usuario ya conoci-

do. Sin embargo, la clave en esta fase y el resto del Proceso de Admisión será el folio del cupón de pago; es decir, el número de transacción electrónica o el número de folio de la constancia de Beca Junaeb.

Posteriormente, los postulantes podrán ingresar al sistema con estos mismos datos para continuar con las etapas del proceso, como conocer el local de rendición y postular a las diferentes carreras de las universidades del Consejo de Rectores y las ocho adscritas al Proceso de Admisión 2014.

RESOLUCIÓN DE LA PRUEBA DE MATEMÁTICA

PARTE IV

PRESENTACIÓN

La presente publicación se abocará al análisis de las preguntas de la N° 46 a la N° 60, publicadas el 6 de junio del presente año, de las cuales trece son del Eje Temático de Geometría y dos del Área Temática de Probabilidades. Estas preguntas apuntan a contenidos de segundo a cuarto año medio y en los comentarios de ellas se especifica el contenido que está involucrado y en algunos casos los tópicos previos que son necesarios para su resolución. Además, en cada pregunta se indica el grado de dificultad con que resultó, el porcentaje de omisión que tuvo y se señalan los errores más comunes que probablemente cometieron los postulantes en la resolución de ellas.

Cabe señalar que de los cuatro Ejes Temáticos evaluados en la PSU® de Matemática, Geometría es el que presenta, año a año, el menor porcentaje medio de respuestas correctas y el mayor porcentaje medio de respuestas omitidas, en especial en los contenidos de tercero y cuarto año medio.

PREGUNTA 46

En la figura 9, el punto B es tal que divide al trazo AD de manera que $DA : DB = 7 : 3$. ¿Cuál es la medida del segmento DB?

- A) 3 cm
- B) 9 cm
- C) 27 cm
- D) 48 cm
- E) 15,4 cm

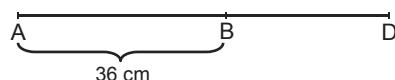


fig. 9

COMENTARIO

El contenido involucrado en este ítem es la división interior de un trazo en una razón dada. Para resolverlo, se puede reemplazar en la proporción dada en el enunciado $\frac{DA}{DB} = \frac{7}{3}$, la medida del segmento DA por $(36 + DB)$, obteniéndose

$$\frac{36 + DB}{DB} = \frac{7}{3}, \text{ de donde se determina que la medida del segmento DB es 27 cm.}$$

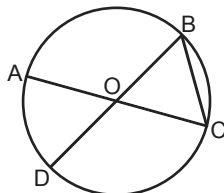
Luego, la clave se encuentra en la opción C), que fue marcada por el 39% de las personas que abordaron el ítem, resultando éste difícil y la omisión fue de un 44%. Además, el distractor más marcado fue E) con un 7% de las preferencias, posiblemente los postulantes confunden el segmento DA con el segmento AB planteando la proporción $\frac{36}{DB} = \frac{7}{3}$, de donde obtienen que el segmento DB mide, aproximadamente, 15,4 cm.

PREGUNTA 47

Si en la circunferencia de centro O de la figura 10, $BC = BO$, con \overline{AC} y \overline{BD} diámetros, entonces la medida del ángulo ACD es

- A) 45°
- B) 90°
- C) 15°
- D) 60°
- E) 30°

fig. 10



COMENTARIO

Esta pregunta hace referencia al teorema que relaciona la medida del ángulo del centro de una circunferencia con la del correspondiente ángulo inscrito, es decir, el

teorema que plantea que un ángulo inscrito mide la mitad del ángulo del centro que subtiende el mismo arco.

Del enunciado se tiene que \overline{AC} y \overline{BD} son diámetros de la circunferencia y O es su centro, por lo que \overline{OB} y \overline{OC} son radios de ésta. Además, se tiene que $BC = OB$, luego $OC = OB = BC$, por lo que el $\triangle OCB$ es equilátero, con lo que se tiene que $\sphericalangle BOC = 60^\circ$.

Ahora, $\sphericalangle AOD = \sphericalangle BOC = 60^\circ$, por ser ángulos opuestos por el vértice y como el ángulo inscrito ACD subtiende el mismo arco AD que el ángulo del centro AOD, se obtiene que $\sphericalangle ACD = \sphericalangle AOD : 2 = 30^\circ$, medida que se encuentra en la opción E).

Esta opción fue marcada por el 20% de las personas que abordaron el ítem, resultando éste difícil y la omisión fue del 52%. El distractor A) fue el más seleccionado, con un 10% de adhesión, posiblemente al trazar la cuerda \overline{DC} para formar el ángulo ACD, los postulantes determinaron que $\sphericalangle BCD = 90^\circ$, pues este ángulo subtiende una semicircunferencia, pero creen que \overline{AC} es bisectriz de dicho ángulo, así establecen que $\sphericalangle ACD = 45^\circ$.

PREGUNTA 48

En la figura 11, $L \parallel L'$ y los puntos B, C, D, E, G y F son las intersecciones de las rectas AC, AE y AF con las rectas L y L', respectivamente. ¿Cuál de las siguientes igualdades es **siempre** verdadera?

- A) $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CF}$
- B) $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AF}$
- C) $\frac{BD}{DG} = \frac{CE}{EF}$
- D) $\frac{AB}{BD} = \frac{AG}{GD}$
- E) $\frac{AD}{AG} = \frac{GF}{DE}$

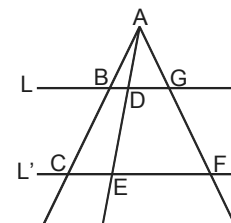


fig. 11

COMENTARIO

En este caso la pregunta se refiere a la aplicación del teorema de Thales sobre trazos proporcionales y al reconocimiento de triángulos semejantes.

Si se analiza la figura sabiendo que $L \parallel L'$ se concluye que $\triangle ABD \sim \triangle ACE$, $\triangle ADG \sim \triangle AEF$ y $\triangle ABG \sim \triangle ACF$, no existiendo otra relación de semejanza, ya que los triángulos ABG y ACF no necesariamente son isósceles, ni el trazo AE es bisectriz. Ahora, como $\triangle ABD$ no es semejante al $\triangle ACF$ las igualdades en A) y en B) son falsas.

En cambio, la relación planteada en C) es verdadera, pues al aplicar el teorema de Thales en el $\triangle CEA$ se tiene que $\frac{AD}{AE} = \frac{BD}{CE}$ y al aplicarlo en el $\triangle AEF$ se tiene que

$\frac{AD}{AE} = \frac{DG}{EF}$, luego de estas relaciones se obtiene que $\frac{BD}{CE} = \frac{DG}{EF}$ y al alternar los medios de esta proporción, se llega a $\frac{BD}{DG} = \frac{CE}{EF}$.

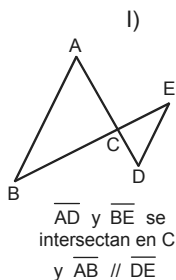
La igualdad planteada en D) no es siempre verdadera, pues involucra a los lados de los triángulos ABD y AGD, que no son necesariamente semejantes.

Ahora, si se aplica el teorema de Thales en el $\triangle AEF$, se tiene que $\frac{AD}{AG} = \frac{DE}{GF}$ y como $\frac{DE}{GF}$ no siempre es igual a $\frac{GF}{DE}$, la relación en E) también es falsa.

La clave es la opción C) la que fue marcada por el 24% de las personas que abordaron el ítem, por lo que éste resultó difícil y la omisión fue del 57%. El distractor D) fue el más seleccionado con un 6% de adhesión, quienes lo escogieron no se percataron que la relación que aparece en esta opción solo se cumple cuando \overline{AD} es bisectriz.

PREGUNTA 49

¿En cuál(es) de las figuras dadas en I), en II) y en III) se cumple **siempre** la semejanza de los triángulos indicados?



$\triangle ABC \sim \triangle DEC$

- A) Solo en I
- B) Solo en II
- C) Solo en III
- D) Solo en I y en II
- E) En I, en II y en III

COMENTARIO

El contenido al que apunta este ítem tiene relación con los criterios de semejanza de triángulos, donde el postulante debe identificar si con las condiciones dadas en I), en II) y en III) se verifican las semejanzas planteadas en cada uno de los casos.

Así, en I) se tiene que $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$, por lo que $\sphericalangle BAD = \sphericalangle EDA$ y $\sphericalangle ABE = \sphericalangle DEB$, pues ambos pares de ángulos son alternos internos, luego por el criterio de semejanza de triángulos AA se cumple que $\triangle ABC \sim \triangle DEC$.

Ahora, en II) se tiene que $\overline{AB} \parallel \overline{ED}$, por lo que $\sphericalangle CAB = \sphericalangle CED$ y $\sphericalangle CBA = \sphericalangle CDE$, ya que ambos pares de ángulos son correspondientes, luego por el mismo criterio de semejanza anterior se cumple que $\triangle ABC \sim \triangle EDC$.

Por último, en III) se tiene que los triángulos ABC y ACD solo tienen el $\sphericalangle CAB$ en común y que $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, pero no se tiene información con respecto a los otros ángulos, ni con respecto a la razón entre los pares de lados de los triángulos, por lo que no se puede concluir que se cumpla que $\triangle ABC \sim \triangle ACD$.

De esta manera, como solo se verifican las semejanzas en I) y en II), la clave es la opción D), que fue seleccionada por el 22% de las personas que abordaron la pregunta, resultando ésta difícil y con una omisión del 52%.

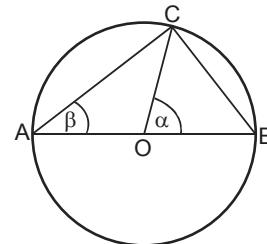
La opción E) fue el distractor más marcado, con un 15% de las preferencias, posiblemente los postulantes creyeron que el $\sphericalangle ACB$ era recto y como $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ se tendría que $\sphericalangle ACB = \sphericalangle ADC = 90^\circ$, que junto al hecho de que el $\sphericalangle CAD$ es común a los triángulos ABC y ACD, se tendría que $\triangle ABC \sim \triangle ACD$.

PREGUNTA 50

En la figura 12, O es el centro de la circunferencia, C pertenece a ella y \overline{AB} es un diámetro. La medida de α , en función de β , es **siempre**

- A) $\frac{\beta}{2}$
- B) β
- C) $90^\circ - \beta$
- D) $180^\circ - \beta$
- E) 2β

fig. 12



COMENTARIO

Esta pregunta apunta al reconocimiento de la relación existente entre el ángulo del centro de una circunferencia y el ángulo inscrito que subtiende el mismo arco, la cual indica que el ángulo del centro mide el doble de lo que mide un ángulo inscrito que subtiende el mismo arco. En este caso, el ángulo del centro α y el ángulo inscrito β subtienden el arco BC, luego $\alpha = 2\beta$, así, la opción correcta es E).

Esta pregunta resultó difícil, ya que el 22% de los postulantes que abordaron el ítem lo contestaron correctamente y el 57% lo omitió. El distractor más marcado fue D), con un 7% de las preferencias, quizás los postulantes pensaron que $\sphericalangle CAO = \sphericalangle COA = \beta$, llegando a que $\alpha = 180^\circ - \beta$.

PREGUNTA 51

En el $\triangle ABC$ de la figura 13, una expresión que representa a x en términos de a , b y c es

- A) $\frac{ab}{c}$
- B) $\frac{ca}{b}$
- C) $\frac{b(b+c)}{a}$
- D) $\frac{ab}{b+c}$
- E) ninguna de las anteriores.

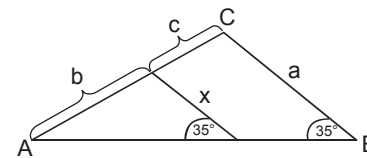


fig. 13

COMENTARIO

El contenido involucrado en esta pregunta corresponde al de teoremas relativos a proporcionalidad de trazos en triángulos como aplicación del teorema de Tales.

Así, del $\triangle ABC$ de la figura se deduce que el segmento de medida x es paralelo al segmento de medida a , ya que éstos forman dos ángulos correspondientes de medida 35° con el lado \overline{AB} del triángulo. Por lo tanto, aplicando el teorema de Tales en dicho triángulo se tiene $\frac{x}{a} = \frac{b}{b+c}$, de donde se obtiene que $x = \frac{ab}{b+c}$, expresión que se encuentra en la opción D).

Esta pregunta resultó difícil, ya que el 19% de los postulantes que la abordaron la contestó correctamente y la omisión fue de un 67%.

El distractor A) fue el más marcado, con una adhesión del 4%, posiblemente los postulantes al resolver el ítem cometieron un error muy común al aplicar el teorema de Tales en un triángulo, al plantear la proporción $\frac{x}{a} = \frac{b}{c}$, de donde obtuvieron que

$$x = \frac{ab}{c}$$

PREGUNTA 52

En la figura 14, \overline{CH} es altura del triángulo equilátero ABC, BP es a PC como 1 es a 2 y Q es la intersección de los trazos AP y CH. El valor de $\frac{\text{área } \triangle AHQ}{\text{área } \triangle ABC}$ es

- A) $\frac{\sqrt{3}}{12}$
- B) $\frac{1}{10}$
- C) $\frac{1}{8}$
- D) $\frac{1}{6}$
- E) $\frac{1}{12}$

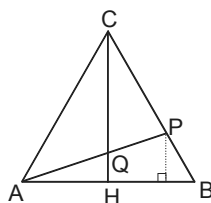


fig. 14

COMENTARIO

Para resolver esta pregunta el postulante debe ser capaz de identificar triángulos semejantes, con sus respectivos lados homólogos, aplicando los criterios de semejanza de triángulos y el teorema de Tales.

Se designa por p la medida del lado del triángulo ABC y como éste es equilátero, se tiene que su altura \overline{CH} mide $\frac{p\sqrt{3}}{2}$, $AH = \frac{p}{2}$ y su área es $\frac{p^2\sqrt{3}}{4}$.

Sea R el pie de la altura del $\triangle APB$ trazada desde P y como del enunciado se tiene que $\frac{BP}{PC} = \frac{1}{2}$, entonces $PC = \frac{2}{3}p$ y $PB = \frac{1}{3}p$. Por otro lado, el $\triangle AHC \sim \triangle BRP$, pues $\sphericalangle CAH = \sphericalangle PBR = 60^\circ$ y $\sphericalangle CHA = \sphericalangle PRB = 90^\circ$, así se puede plantear la razón entre los lados homólogos $\frac{PB}{AC} = \frac{PR}{CH}$, que es equivalente a $\frac{\frac{1}{3}p}{p} = \frac{PR}{\frac{p\sqrt{3}}{2}}$, de donde se

obtiene que $PR = \frac{p\sqrt{3}}{6}$.

Ahora, como $\frac{PB}{CA} = \frac{BR}{AH}$ que es equivalente a $\frac{\frac{1}{3}p}{p} = \frac{BR}{\frac{p}{2}}$, llegando a $BR = \frac{p}{6}$.

Además, $AR = AB - BR = p - \frac{p}{6} = \frac{5}{6}p$ y aplicando el teorema de Tales en el

$\triangle ARP$, se tiene que $\frac{AH}{HQ} = \frac{AR}{RP}$, es decir, $\frac{p}{2} = \frac{\frac{5}{6}p}{\frac{p\sqrt{3}}{6}}$, obteniéndose que

$HQ = \frac{\sqrt{3}p}{10}$. Por lo que, el área del $\triangle AHQ$ es $\frac{AH \cdot HQ}{2} = \frac{\frac{p}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}p}{10}}{2} = \frac{p^2\sqrt{3}}{40}$.

Por último, el valor de la razón $\frac{\text{área } \triangle AHQ}{\text{área } \triangle ABC}$ es $\frac{\frac{p^2\sqrt{3}}{40}}{\frac{p^2\sqrt{3}}{4}} = \frac{1}{10}$, el cual se encuentra

en la opción B), que fue seleccionada por el 3% de los postulantes que abordaron el ítem, por lo que éste resultó muy difícil y su omisión alcanzó un 88%.

Las personas que erraron la respuesta se distribuyeron uniformemente en todos los distractores, posiblemente cometiendo errores en algunas de las etapas de la resolución, por ejemplo al determinar los lados homólogos de los triángulos semejantes o al aplicar el teorema de Tales.

PREGUNTA 53

En el $\triangle ABC$ de la figura 15, E es el punto medio de \overline{AB} y D está en el segmento AE. ¿Cuál es la medida del segmento DE?

- A) 1,4 cm
- B) 0,6 cm
- C) 2,5 cm
- D) 3,6 cm
- E) 4,4 cm

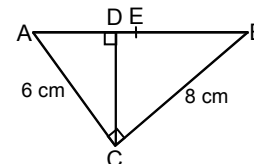


fig. 15

COMENTARIO

El contenido evaluado en esta pregunta es la aplicación del teorema de Euclides, que se podría resolver, por ejemplo, con el teorema relativo al cateto, el cual señala que el cuadrado de la medida de un cateto de un triángulo rectángulo es igual al producto de la medida de la proyección del cateto sobre la hipotenusa por la medida de ésta.

Ahora, la medida de la hipotenusa del $\triangle ABC$ es 10 cm, la cual se obtiene aplicando el teorema de Pitágoras en este triángulo, luego por el teorema de Euclides relativo al cateto se tiene que $AC^2 = AD \cdot AB$, o sea, $6^2 = AD \cdot 10$, obteniéndose que $AD = \frac{36}{10}$ cm.

Por último, $AD + DE = AE$ y como E es punto medio de \overline{AB} , se llega a que $\frac{36}{10} + DE = 5$, de donde se determina que $DE = \frac{14}{10} = 1,4$ cm, valor que se encuentra en la opción A).

El 18% de los postulantes que abordaron la pregunta marcó la opción correcta, por lo que el ítem resultó difícil, con una omisión del 68%. La opción B) fue el distractor más seleccionado, con un 7% de las preferencias. Es posible que quienes marcaron esta opción cometieran dos errores, el primero al considerar que el teorema de Euclides plantea que $AC = AD \cdot AB$, es decir $6 = AD \cdot 10$, obteniendo que $AD = \frac{6}{10}$ cm, y el segundo error fue considerar que D es punto medio de \overline{AE} , luego $DE = AD = \frac{6}{10} = 0,6$ cm.

PREGUNTA 54

¿Cuál de los siguientes tríos de números **NO** es pitagórico?

- A) 18, 24, 30
- B) 9, 12, 15
- C) 15, 20, 25
- D) 12, 16, 24
- E) 5, 12, 13

COMENTARIO

El postulante para responder esta pregunta debe verificar si los tríos de números que aparecen en las opciones son pitagóricos, identificando cuál de ellos no satisface la igualdad $a^2 + b^2 = c^2$, donde geoméricamente, a y b son los catetos de un triángulo rectángulo y c es su hipotenusa.

Así, en A) se tiene que $18^2 + 24^2 = 900 + 576 = 1476 = 39^2$, en B) se tiene que $9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225 = 15^2$, en C) $15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625 = 25^2$ y en E) $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$. En cambio en D) se tiene que $12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400 \neq 24^2$.

De esta manera, la clave se encuentra en la opción D), que fue marcada por el 26% de quienes abordaron el ítem, resultando éste difícil y la omisión fue de un 46%.

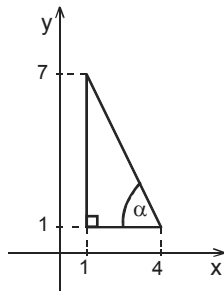
El distractor E) fue el más seleccionado, con una adhesión del 19%, posiblemente los estudiantes pensaron que el único trío pitagórico que contiene el número 5 es el trío 3, 4 y 5.

PREGUNTA 55

Con los datos dados en la figura 16, ¿cuál es el valor del $\cos \alpha$?

- A) $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- B) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- C) $\frac{4\sqrt{65}}{65}$
- D) $\frac{7\sqrt{65}}{65}$
- E) $\frac{1}{2}$

fig. 16



COMENTARIO

Este ítem apunta a que el postulante aplique las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo. En este caso debe saber que:

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto adyacente a } \alpha}{\text{hipotenusa}}$$

De la figura se tiene que el lado del triángulo que es paralelo al eje x es el cateto adyacente al ángulo α y su medida es $4 - 1 = 3$ unidades. Además, se tiene que el otro cateto mide $7 - 1 = 6$ unidades y por el teorema de Pitágoras se obtiene que la hipotenusa mide $3\sqrt{5}$ unidades, luego $\cos \alpha = \frac{3}{3\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, razón que se encuentra en la opción A).

Esta pregunta resultó difícil, ya que solo el 15% de los postulantes que la abordaron la contestaron correctamente y su omisión fue del 73%.

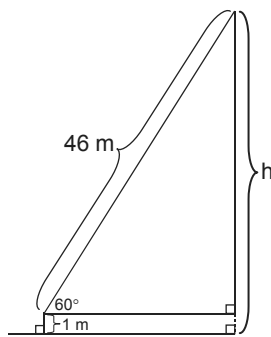
El distractor C) fue el más seleccionado con un 4% de las preferencias. Es posible que los estudiantes consideraran que las medidas de los catetos eran 4 y 7 unidades, así la hipotenusa mediría $\sqrt{65}$ unidades y por lo tanto $\cos \alpha = \frac{4}{\sqrt{65}} = \frac{4\sqrt{65}}{65}$.

PREGUNTA 56

Un niño eleva un volantín de modo que el hilo se extiende en línea recta formando un ángulo de 60° con la horizontal, la longitud del hilo desde la mano del niño al volantín es de 46 metros y la mano del niño está a un metro del suelo, como se representa en la figura 17. ¿A qué altura (h) del suelo se encuentra el volantín?

- A) A 23 metros
- B) A 24 metros
- C) A 33,2 metros
- D) A $23\sqrt{3}$ metros
- E) A $(23\sqrt{3} + 1)$ metros

fig. 17



COMENTARIO

El contenido involucrado en este ítem tiene relación con la resolución de problemas de alturas inaccesibles, en este caso se determinan aplicando las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo. Así, la altura solicitada se puede determinar a través de $\sin \alpha = \frac{\text{cateto opuesto a } \alpha}{\text{hipotenusa}}$.

De la figura se tiene que la hipotenusa del triángulo mide 46 m y el cateto opuesto al ángulo de medida 60° se expresa por $(h - 1)$ m, luego $\sin 60^\circ = \frac{h-1}{46}$ y como se sabe que $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, se obtiene que $\frac{h-1}{46} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, de donde se llega a que $h = (23\sqrt{3} + 1)$ metros.

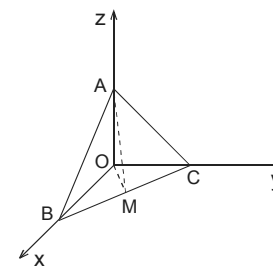
Así, la clave está en la opción E), la que fue marcada por el 18% de las personas que abordaron el ítem, resultando éste difícil y la omisión fue del 63%. El distractor B) fue el más seleccionado, con el 6% de las preferencias, posiblemente las personas que lo marcaron se equivocaron al colocar el valor de $\sin 60^\circ$, confundiendo con el valor de $\cos 60^\circ$ que es $\frac{1}{2}$, luego obtienen que $\frac{h-1}{46} = \frac{1}{2}$, llegando a que $h = 24$ metros.

PREGUNTA 57

En la figura 18, se tienen los puntos $A(0, 0, 1)$, $B(1, 0, 0)$ y $C(0, 1, 0)$. Si M es el punto medio del trazo BC y O es el origen del sistema de ejes coordenados, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) El plano que pasa por O, A y M es perpendicular al que pasa por O, B y C.
 - II) El plano que pasa por O, A y B es perpendicular al que pasa por A, B y C.
 - III) El plano que pasa por O, A y B es perpendicular al que pasa por O, A y C.
- A) Solo I
 - B) Solo III
 - C) Solo I y III
 - D) Solo II y III
 - E) I, II y III

fig. 18



COMENTARIO

Este ítem apunta al contenido relacionado con planos en el espacio, su determinación por tres puntos no colineales y planos perpendiculares. Ahora, si dos planos son perpendiculares, cualquier recta de uno de ellos, que sea perpendicular a la intersección de los dos planos, es perpendicular al otro.

Para encontrar la solución del ítem, el postulante debe identificar los planos que pasan por los puntos nombrados en cada una de las afirmaciones y establecer si son perpendiculares.

Del enunciado se tiene que las coordenadas de A son $(0, 0, 1)$ y por lo tanto, este punto está en el eje z, B tiene coordenadas $(1, 0, 0)$, por lo que éste se encuentra en el eje x y C tiene coordenadas $(0, 1, 0)$, luego está en el eje y.

Ahora, el eje z es perpendicular al plano que pasa por O, B y C, que es el plano xy, y como este eje está en el plano que pasa por O, A y M, se tiene que ambos planos son perpendiculares, luego la afirmación en I) es verdadera.

En cambio, la afirmación en II) es falsa, ya que si π es un plano perpendicular al plano xz y C es un punto del plano π , entonces π contiene a la recta perpendicular a xz que pasa por C, que es la recta OC y como el plano ABC no contiene a esta recta, entonces no es perpendicular al plano que pasa por O, A y B.

Por último, se tiene que el plano que pasa por O, A y B es el plano xz y el que pasa por O, A y C es el plano yz, y como estos planos son perpendiculares la afirmación en III) es verdadera.

Como solo las afirmaciones en I) y en III) son verdaderas, se tiene que la clave está en la opción C), que fue marcada por el 13% de los postulantes que abordaron la pregunta, resultando ésta difícil, con una omisión que alcanzó al 73%.

El distractor más marcado fue A), con una adhesión del 5%. Los postulantes que lo eligieron, quizás no se percataron que los planos involucrados en la afirmación en III) correspondían a los planos xz e yz.

PREGUNTA 58

Si $\vec{a} = \left(\frac{3}{2}, 6\right)$ y $\vec{b} = \left(-\frac{3}{2}, -6\right)$, entonces $4\vec{a} - 2\vec{b}$ es igual a

- A) (3, 0)
- B) (9, 0)
- C) (9, 12)
- D) (3, 12)
- E) (9, 36)

COMENTARIO

El postulante para responder el ítem debe operar con vectores en el plano, en este caso puede ponderar los vectores por los escalares respectivos, para luego restar los vectores resultantes.

En efecto, $4\vec{a} - 2\vec{b} = 4 \cdot \left(\frac{3}{2}, 6\right) - 2 \cdot \left(-\frac{3}{2}, -6\right) = (6, 24) - (-3, -12) = (9, 36)$, vector que se encuentra en la opción E).

Esta pregunta resultó difícil, ya que solo el 19% de las personas que abordaron el ítem la contestó correctamente y la omisión fue del 65%.

La opción D) resultó ser el distractor más marcado, con un 9% de adhesión, posiblemente quienes lo seleccionaron realizaron correctamente la ponderación de los vectores por los escalares, pero se equivocaron al restar, es decir:

$$(6, 24) - (-3, -12) = (6 - 3, 24 - 12) = (3, 12)$$

PREGUNTA 59

En un estante se tienen en total 13 libros de los cuales solo 8 son de matemática. Si la mitad de los libros de matemática son rojos, ¿cuál es la probabilidad de que al elegir al azar un libro del estante, éste sea rojo y de matemática?

- A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{1}{13}$
- C) $\frac{1}{4}$
- D) $\frac{4}{13}$
- E) $\frac{12}{13}$

COMENTARIO

Esta pregunta mide el contenido de la probabilidad como razón entre el número de resultados favorables y el número total de resultados posibles, en el caso de experimentos con resultados equiprobables.

Como se pide la probabilidad de que al elegir al azar un libro del estante, éste sea rojo y de matemática, se tiene que de los 13 libros del estante hay 4 de matemática que son rojos, luego la probabilidad pedida es $\frac{4}{13}$, valor que se encuentra en la opción D).

El ítem lo respondió correctamente un 68% de los postulantes que lo abordaron, resultando éste de dificultad fácil y su omisión fue de un 15%.

El distractor con mayor frecuencia fue la opción C) con un 7% de las preferencias, posiblemente quienes marcan esta opción creen que como son 4 los libros de matemática que son rojos, piensan que éstos son el total de los casos posibles y

eligen uno de estos, luego escriben $\frac{1}{4}$, sin considerar que se debe elegir de entre el total de libros del estante.

PREGUNTA 60

En un experimento se lanza una moneda, si sale sello, se lanza un dado y si sale cara, la moneda se lanza por segunda vez, terminándose el experimento. ¿Cuál es la probabilidad de que se lance el dado?

- A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{1}{8}$
- C) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6}$
- D) $\frac{1}{6}$
- E) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$

COMENTARIO

Esta pregunta al igual que la anterior apunta al contenido de la probabilidad, en el caso de experimentos con resultados equiprobables, como la razón entre el número de resultados favorables y el número total de resultados posibles. Para resolverlo, el postulante debe comprender que la probabilidad de que se lance el dado está dada por $\frac{1}{2}$, pues los resultados de lanzar una moneda son dos (cara y sello) y para lanzar el dado tiene que salir sello, que es solo un caso, ya que si sale cara se lanza la moneda por segunda vez terminándose el experimento.

Por lo anterior, la opción correcta es A), la que fue marcada por el 63% de quienes abordaron el ítem, resultando éste fácil y su omisión fue de un 26%.

El distractor E) obtuvo un 24% de las preferencias siendo el de mayor porcentaje, posiblemente quienes optan por él calculan la probabilidad de que salga sello, que es $\frac{1}{2}$ y como saben que la probabilidad de que salga cualquiera de los resultados posibles al lanzar el dado es $\frac{1}{6}$, suman estos valores.

**HAZ LO QUE MÁS
TE GUSTA. MIENTRAS
TE PREPARAS CON**

psu@
EL MERCURIO



**INSCRÍBETE GRATIS EN
PSU.ELMERCURIO.COM
Y VIVE LA PSU CON TU MÚSICA FAVORITA**

Pacsimiles 2013 y
los documentos
oficiales todos los
jueves!

GANAR UNOS
AUDÍFONOS

Resultados vía
SMS o MAIL



¡Síguenos y gana
aún más premios!

* ver bases en www.psu.elmercurio.com



EL MERCURIO
Acompaña tu educación