22 DE JULIO DE 2010

DOCUMENTO OFICIAL

PSU

Universidad de Chile
VICERRECTORÍA DE ASUNTOS ACADÉMICOS
DEMRE

CONSEJO DE RECTORES
UNIVERSIDADES CHILENAS

RESOLUCIÓN
PRUEBA DE MATEMÁTICA • Parte I

ENCUENTRA EN ESTA PUBLICACIÓN EL ANÁLISIS DE LAS 18 PRIMERAS PREGUNTAS DE LA PSU DE MATEMÁTICA 2009, QUE CORRESPONDEN AL EJE TEMÁTICO DE NÚMEROS Y PROPORCIONALIDAD Y ÁLGEBRA.

N°9 SERIE DEMRE - UNIVERSIDAD DE CHILE

RESOLUCIÓN DE LA PRUEBA OFICIAL DE MATEMÁTICA

PARTE I

PRESENTACIÓN

En esta publicación se comentarán las preguntas que aparecen en la Prueba Oficial publicada el 24 de junio de este año, por este mismo diario. El objetivo de esta publicación, junto con las siguientes tres publicaciones de Matemática, es entregar información útil tanto para profesores como para los alumnos con respecto a los Contenidos y Habilidades Cognitivas que se evalúan en cada uno de los ítemes de esta Prueba.

Es por lo que, en cada pregunta se indicará a que contenido del Marco Curricular pertenece, además, se entregará el porcentaje de respuestas correctas, el porcentaje de omisión y la forma o formas de responderla, explicitando las capacidades que debiera tener el alumno para llegar a la solución y los errores más comunes que se cometen.

Ahora bien, se debe tener presente que el porcentaje de respuestas correctas es un indicador de la dificultad con que resultó la pregunta en el grupo evaluado y que la omisión si es alta, es considerada como un índice de bajo dominio o desconocimiento de los contenidos involucrados en la pregunta.

En particular, esta publicación se abocará al análisis de las 18 primeras preguntas de la Prueba Oficial y que corresponden a los contenidos de primer año de Enseñanza Media del Eje Temático de Números y Proporcionalidad, y de primero y segundo año medio del Área Temática de Álgebra.

COMENTARIOS DE LAS PREGUNTAS REFERIDAS AL EJE TEMÁTICO DE NÚMEROS Y PROPORCIONALIDAD

PREGUNTA 1

Cinco personas P, Q, R, S y T juegan sacando un cartón de una caja en el que aparece una operación, en la cual tienen que reemplazar la letra X por el número que les dictan (para todos el mismo). La persona que tiene el cartón con **el menor resultado** gana. Si sacan los siguientes cartones:

P	Q	R	S	T
X – 1	X + 1	1 – X	1 – (–X)	–X

¿Quién gana cuando dictan –3?

A) Q
B) P
C) R
D) S
E) T

COMENTARIO

Este ítem apunta a la resolución de un problema numérico sencillo, donde el alumno debe comprender los datos que se entregan en el enunciado para así, a través de un reemplazo en los cartones, de realizar la operación que se indica y de determinar el menor resultado entre ellos, saber quien gana el juego.

Es así como, si se reemplaza x por –3 en los cartones se obtiene:

$P = -3 - 1 = -4$
$Q = -3 + 1 = -2$
$R = 1 - (-3) = 1 + 3 = 4$
$S = 1 - (-(-3)) = 1 - 3 = -2$
$T = -(-3) = 3$

Luego, el cartón con el menor resultado es P, por lo que la respuesta del ítem se encuentra en la opción B).

A pesar de ser un problema en que sólo se realiza un reemplazo de una variable por un número entero y se realizan operatorias aritméticas sencillas, la pregunta resultó mediana con un porcentaje de respuestas correctas del 50%. Llama la atención que resultara con un 15% de omisión, lo que significaría que existen alumnos que no se sentían seguros al momento de responder o no sabían resolver este tipo de pregunta.

Estadísticamente, los alumnos que erraron el ítem se distribuyeron en forma uniforme en los cuatro distractores, esto debido, lo más probable, a una mala aplicación de la operatoria básica entre números enteros.

PREGUNTA 2

Entre tres hermanos compran un número de rifa que cuesta \$ 1.000, Juan aporta con \$ 240, Luis con \$ 360 y Rosa aporta el resto. El premio es de \$ 60.000. Deciden, en caso de ganarlo, repartirlo en forma directamente proporcional al aporte de cada uno. ¿Qué cantidad de dinero le correspondería a Rosa?

A) \$ 30.000
B) \$ 18.000
C) \$ 24.000
D) \$ 20.000
E) \$ 40.000

COMENTARIO

En este ítem el alumno debe aplicar el concepto de proporcionalidad directa a la resolución de un problema, además de resolver ecuaciones con proporciones, para así, encontrar el dinero que le correspondería a Rosa si es que ganasen el premio entre los tres hermanos.

En efecto, si ganan el premio de la rifa y cada uno recibe en forma directamente proporcional a lo que aportó, se debe plantear una igualdad de razones. Para ello, lo primero es determinar el aporte que realizó Rosa para comprar el número de la rifa. Como éste costaba \$ 1.000 y entre Juan y Luis aportaron \$ 600, Rosa aportó con \$ 400.

Ahora, si se designa por **J** lo que le correspondería recibir a Juan, por **L** lo que le correspondería a Luis y por **R** lo que le correspondería ganar a Rosa, la igualdad de razones queda planteada de la siguiente manera:

$$\frac{J}{240} = \frac{L}{360} = \frac{R}{400}, \text{ con } J + L + R = \$\ 60.000$$

Para calcular el dinero de Rosa se debe aplicar la siguiente propiedad de una serie de razones,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}, \text{ donde } \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$$

$$\text{Luego, } \frac{J + L + R}{240 + 360 + 400} = \frac{J}{240} = \frac{L}{360} = \frac{R}{400}$$

Como se quiere calcular el dinero que recibiría Rosa y se sabe que recibirían en total \$ 60.000 se tiene

$\dfrac{J + L + R}{240 + 360 + 400} = \dfrac{R}{400}$, que es lo mismo que $\dfrac{60.000}{1.000} = \dfrac{R}{400}$, despejando R en la proporción se tiene $R = \dfrac{60.000 \cdot 400}{1.000} = \$\ 24.000$

Por lo tanto la opción correcta es C), siendo marcada por el 57% de los postulantes que abordaron el ítem, resultando éste de dificultad mediana y la omisión estuvo cerca del 15%.

El distractor que obtuvo el mayor porcentaje de preferencia fue E), con un 12%, lo más probable es que los alumnos interpretan mal lo que es estar en relación directamente proporcional y piensan que como Rosa aporta con $ 400, su ganancia debiera ser de $ 40.000.

PREGUNTA 3

¿Cuántos séptimos son equivalentes a $2\frac{5}{7}$?

A) 19
B) 17
C) 14
D) 10
E) 5

COMENTARIO

Para resolver este ítem el postulante debe recordar lo que es un número mixto y cómo se interpreta.

Es así como, del número entregado en el enunciado $2\frac{5}{7}$ para pasarlo a fracción, se debe multiplicar el número entero por el denominador y luego a este resultado se le debe sumar el numerador, manteniendo el denominador, obteniéndose la fracción $\frac{19}{7}$.

Entonces, $2\frac{5}{7} = \frac{19}{7}$, lo que significa que el número $2\frac{5}{7}$ equivale a 19 séptimos.

Por lo anterior, la clave se encuentra en la opción A), que fue marcada por el 53% de los alumnos que rindieron la prueba. Este porcentaje indica que la pregunta resultó mediana, lo cual no deja de llamar la atención porque se trata de un ítem en el cual el alumno sólo debe recordar un número mixto y su transformación a fracción impropia. Además, su omisión fue muy alta para este tipo de problema llegando a un 31%.

Los alumnos que contestaron en forma errónea la pregunta se distribuyeron en forma parecida entre los distractores, siendo levemente superiores C) y D), ambos con un 8%, los errores cometidos probablemente son los siguientes:

Para el distractor C), sólo multiplican el número entero, por el denominador y se les olvida sumar 5, obteniendo $\frac{14}{7}$.

Para el distractor D), multiplican el número entero por el numerador, obteniendo $\frac{10}{7}$ o simplemente interpretaron el número mixto como una multiplicación de 2 por $\frac{5}{7}$.

PREGUNTA 4

El número racional $\frac{10}{7}$ es igual a

A) $10 \cdot 0{,}7$
B) $0{,}10 + 0{,}7$
C) $\frac{7}{3} + \frac{3}{4}$
D) $7 + \frac{3}{7}$
E) $\frac{1}{7} : \frac{1}{10}$

COMENTARIO

En este ítem el alumno debe recordar la operatoria básica entre números racionales y también, saber transformar de número decimal a fracción, para decidir en cuál de las opciones se encuentra la expresión que es igual a $\frac{10}{7}$. Para ello, se deben calcular los resultados en cada una de ellas.

En A), se sabe que 0,7 es igual a $\frac{7}{10}$, entonces $10 \cdot 0{,}7 = 10 \cdot \frac{7}{10} = 7$.

En B), se tiene $0{,}10 + 0{,}7 = 0{,}80 = \frac{8}{10}$.

En C), se tiene $\frac{7}{3} + \frac{3}{4} = \frac{28+9}{12} = \frac{37}{12}$.

En D), se tiene $7 + \frac{3}{7} = \frac{49+3}{7} = \frac{52}{7}$.

Por último, en E) se tiene $\frac{1}{7} : \frac{1}{10} = \frac{1}{7} \cdot 10 = \frac{10}{7}$.

Por lo anterior, la clave es E), que fue contestada por el 55% de los postulantes, resultando una pregunta mediana. Llama la atención que siendo un ítem en donde se deben realizar cálculos rutinarios que se comienzan a trabajar en la Enseñanza Básica, la omisión alcanzara el 26%, puede ser que no estén habituados a enfrentarse a un problema en donde le den un número y deban encontrar una expresión equivalente a él.

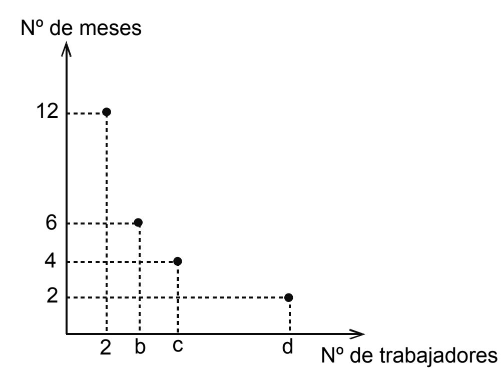
El distractor A) fue el que obtuvo una mayor preferencia, con un 7%, lo más probable es que el alumno que marcó este distractor asumiera que $0{,}7 = \frac{1}{7}$, lo que lo llevó a escribir $10 \cdot 0{,}7 = 10 \cdot \frac{1}{7} = \frac{10}{7}$.

PREGUNTA 5

El gráfico de la figura 1 muestra información sobre el número de meses que demora cierta cantidad de trabajadores en construir una casa del tipo **M**, trabajando ocho horas diarias. Si este gráfico representa una proporcionalidad inversa, entonces se puede concluir que

A) dos trabajadores construyen una casa del tipo **M** en un año.
B) tres trabajadores construyen una casa del tipo **M** en cinco meses.
C) **b** trabajadores construyen más casas del tipo **M** que **c** trabajadores en un año.
D) (**c** – **b**) trabajadores construyen una casa del tipo **M** en ocho meses.
E) **d** trabajadores construyen dos casas del tipo **M** en un año.

fig. 1



COMENTARIO

Este es un problema contextualizado en donde el alumno debe relacionar el gráfico dado con la expresión algebraica de una proporcionalidad inversa. Es por ello que para encontrar la solución se debe realizar una interpretación del gráfico junto con las afirmaciones que se presentan en las opciones.

Es así como, en A) se afirma que dos trabajadores construyen la casa en un año, y como en el gráfico se tiene que 2 trabajadores lo hacen en 12 meses y se sabe que éstos equivalen a un año, se concluye que esta afirmación es la verdadera.

Estadísticamente este ítem resultó mediano, con un 57% de respuestas correctas y obtuvo una omisión cercana a un tercio de quienes respondieron la prueba. Estos resultados se deben seguramente a que no están habituados a trabajar con este tipo de problemas, o no se sentían seguros para responder.

Ahora con respecto a los distractores el de mayor preferencia fue C), con un porcentaje del 4%, aquí el alumno realiza una mala interpretación del gráfico, lo más probable es que como a **b** le corresponden 6 meses y a **c** le corresponden 4 meses, confundieran la cantidad de meses con la cantidad de casas.

PREGUNTA 6

El caudal de un río es de P metros cúbicos por segundo, si al recibir un afluente su caudal aumenta en un 15%, ¿cuál es su nuevo caudal, en metros cúbicos por segundo?

A) $P + 15$
B) $P + \frac{P}{15}$
C) $\frac{15P}{100}$
D) $P + \frac{15P}{100}$
E) Ninguna de las expresiones anteriores.

COMENTARIO

El contenido involucrado en este problema tiene relación con porcentaje, su lectura e interpretación según los datos entregados en el enunciado.

En efecto, en el enunciado se tiene que el caudal de un río es P y este aumenta en un 15%, es decir, aumenta en un 15% de P, lo que equivale a $\frac{15P}{100}$. Como se pide el nuevo caudal, la expresión final es $P + \frac{15P}{100}$.

Luego, la opción correcta es D), la cual fue marcada por el 41% de los postulantes que contestaron la prueba, lo que significa que el ítem resultó mediano. Su omisión fue del 31%, este porcentaje no deja de llamar la atención, porque en este contenido expresar el porcentaje como fracción es uno de los conceptos básicos que el alumno debiera dominar.

Estadísticamente el distractor con mayor porcentaje de preferencia fue C) con un 11%, el error que cometieron los alumnos fue sólo considerar el aumento del caudal y no el nuevo caudal.

PREGUNTA 7

M es el 8% de

A) $\frac{8M}{100}$
B) $\frac{100M}{8}$
C) $\frac{8 \cdot 100}{M}$
D) $\frac{108}{100}M$
E) $\frac{92}{100}M$

COMENTARIO

El contenido en este ítem también es de porcentaje, pero en este caso el postulante para resolver la pregunta debe saber calcular el porcentaje de una expresión.

Es así como, si M es el 8% de una cantidad (x), se tiene que $M = \frac{8x}{100}$. Ahora como se pide encontrar esa cantidad en función de M, se deduce que $x = \frac{100M}{8}$.

Esta expresión se encuentra en la opción B), que obtuvo un 36% de respuestas correctas por quienes abordaron el ítem, determinando que éste resultara difícil. La omisión de esta pregunta fue de un 29%, este porcentaje es considerado alto para este tipo de ítem, ya que se supone debiera ser tratado en clases en forma cotidiana, además de ser un contenido utilizado para muchos ámbitos de la vida diaria.

El distractor A) fue el con mayor porcentaje de preferencia, probablemente el error está en una mala interpretación de los datos, y piensan que se pide el 8% de M, obteniéndose $x = \frac{8M}{100}$.

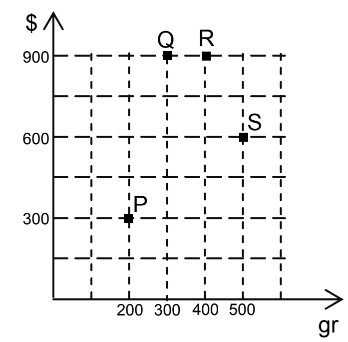
PREGUNTA 8

El gráfico de la figura 2 muestra la relación entre masa (gr) y precio ($) de distintos tipos de pan envasado (P, Q, R y S). ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s), con respecto **al precio de un kilogramo** de pan?

I) P es el más barato.
II) Q y R tienen el mismo valor.
III) S es el más barato.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) Sólo II y III

fig. 2



COMENTARIO

Esta pregunta es del tipo combinada, que involucra un gráfico y su interpretación. Aquí, el postulante debe tener la habilidad de comprender el enunciado e interpretar los datos del gráfico para a partir de la comparación entre los datos entregados determinar la veracidad o falsedad de cada una de las afirmaciones dadas.

Para determinar el valor de verdad de I), es decir, determinar si el kilogramo de pan P es el más barato, se debe calcular el valor del kilogramo de pan de los 4 tipos.

Es así como, para P se tiene del gráfico que 200 gr de pan valen $ 300, entonces el valor (x) de 1 kilogramo (1.000 gr) se calcula con la igualdad $\frac{200}{1.000} = \frac{300}{x}$, luego $x = \frac{300}{200} \cdot 1.000$, obteniéndose x = $ 1.500.

El mismo procedimiento se hace para los demás tipos de pan, obteniendo que 1 kilogramo de pan del tipo Q vale $ 3.000, del tipo R vale $ 2.250 y del tipo S vale $ 1.200.

Por lo anterior, se tiene que el kilogramo de pan más barato es del tipo S, por lo tanto I) es falsa y la afirmación II) también lo es, porque el precio de 1 kilogramo de pan Q es distinto al precio de 1 kilogramo de pan R, siendo sólo verdadera la afirmación III). Luego la opción correcta es C).

Este ítem resultó mediano porque fue contestado por el 44% de los alumnos que abordó la pregunta. Su omisión fue baja, de un 9%.

Un cuarto de los alumnos que contestaron la prueba se inclinaron por el distractor D), debido probablemente a una mala interpretación del gráfico, esto es, en I) se afirma que P es el más barato, ellos sólo miran la ubicación de P y la asocian con el dinero que en este caso es el menor que aparece en el eje de pesos.

Y en II), interpretan que Q y R tienen el mismo valor sin analizar que son valores de gramos distintos.

PREGUNTA 9

La mitad de una parcela de 10.000 m^2, está dividida en dos partes, que están en la razón 1 : 4. La parte menor será utilizada para cultivo, ¿cuántos metros cuadrados serán usados para este fin?

A) 625
B) 2.000
C) 400
D) 1.250
E) 1.000

COMENTARIO

El contenido que el alumno debe usar para encontrar la solución a este problema contextualizado es el de proporciones, aplicando sus propiedades, en este caso en particular, composición de proporciones.

En efecto, se debe escribir una proporción con los datos entregados en el enunciado, esto es, la mitad de la parcela está dividida en dos partes (M y N) en la razón 1 : 4, que se escribe como $\frac{M}{N}=\frac{1}{4}$, al componerla y compararla con el antecedente, ya que M representa la parte menor de la mitad de la parcela, se obtiene $\frac{M+N}{M}=\frac{1+4}{1}$. Como la mitad de la parcela es 5.000 m^2, se tiene que M + N = 5.000, luego se reemplaza en la proporción obteniéndose $\frac{5.000}{M}=\frac{5}{1}$, es así como M = 1.000. Entonces la parte menor de la mitad de la parcela que será utilizada para cultivo es de 1.000 m^2, respuesta que se encuentra en la opción E).

Este ítem resultó difícil, con un 26% de respuestas correctas y su omisión fue de un 28%. Este tipo de problemas, debiera ser rutinario para los alumnos, por lo que llaman la atención las estadísticas obtenidas, ya que se supone que el profesor los trabaja en la sala de clases.

Ahora, B) fue el distractor con mayor preferencia, con un 23% de los alumnos que abordaron el problema, lo más probable, es que el error radica en que no dividieron la parcela en dos partes iguales y trabajaron con los 10.000 m^2, llegando a que la parte menor es 2.000 m^2.

COMENTARIOS DE LAS PREGUNTAS REFERIDAS AL ÁREA TEMÁTICA DE ÁLGEBRA

PREGUNTA 10

Si la cuarta parte de la edad de una persona es 8 años, entonces la mitad de su edad, más un año es

A) 2 años.
B) 5 años.
C) 16 años.
D) 17 años.
E) 33 años.

COMENTARIO

El alumno en este ítem debe comprender el enunciado, plantear una ecuación de primer grado con una incógnita, para luego resolverla y así encontrar la solución de la pregunta.

En efecto, si se designa por x la edad actual de la persona, se plantea la siguiente ecuación: $\frac{1}{4}x = 8$ años, la que al resolverla da como solución que la edad actual de la persona es 32 años. Como en el problema se pide la mitad de la edad de la persona más un año, se tiene 16 + 1, es decir, 17 años.

La opción correcta es D) que fue marcada por el 72% de los postulantes que abordaron la pregunta, resultando ésta de dificultad fácil. La omisión fue baja alcanzando el 6%. Estos resultados indican que el alumno está habituado a trabajar con este tipo de problemas contextualizados.

El distractor B) obtuvo un 8% de preferencia, el error cometido probablemente fue por una mala lectura del enunciado, es decir, interpretaron que la edad de la persona es 8 años, y la mitad de esta edad más un año les da 5 años.

PREGUNTA 11

¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a $4x^2 - 49$?

A) $(2x - 7)^2$
B) $4(x - 7)^2$
C) $(2x + 7)(2x - 7)$
D) $4(x + 7)(x - 7)$
E) $(4x - 7)(x + 7)$

COMENTARIO

El contenido involucrado en este ítem es la factorización de expresiones algebraicas. En este caso debe reconocer la factorización de diferencia de cuadrados, es decir, $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

Es así como, $4x^2 - 49 = (2x)^2 - 7^2 = (2x + 7)(2x - 7)$. Luego la respuesta correcta se encuentra en C).

Esta pregunta, a pesar de ser un contenido del álgebra básica que se supone es trabajado en forma habitual en la sala de clases, resultó mediana con un 53% de respuestas correctas y su omisión bastante alta, de un 18%.

El distractor que obtuvo un 12% de preferencia siendo el de mayor porcentaje fue A). Este error es muy habitual por parte de quienes no dominan los productos notables y tienden a confundir la suma por su diferencia con un binomio al cuadrado, por lo que en este caso lo más probable es que asociaran $4x^2 - 49$ con $(2x - 7)^2$.

PREGUNTA 12

Se define la operación $\boxed{a}\#\boxed{b}=\boxed{a\cdot b}$ en los números reales, ¿en cuál(es) de las siguientes operaciones el resultado es igual a $\boxed{8}$?

I) $\boxed{4}\#\boxed{2}$ II) $\boxed{\frac{1}{2}}\#\boxed{16}$ III) $\boxed{8}\#\boxed{0}$

A) Sólo en III
B) Sólo en I y en II
C) Sólo en I y en III
D) Sólo en II y en III
E) En I, en II y en III

COMENTARIO

Este ítem apunta a la generalización de la operatoria algebraica a través del uso de símbolos. Aquí el alumno debe asociar el signo # con el producto de números.

En efecto, para llegar a la solución se deben verificar las igualdades presentadas en I), en II) y en III).

Es así como, en I) se tiene $\boxed{4}\#\boxed{2}=\boxed{4\cdot 2}=\boxed{8}$, lo que implica que I) es verdadera.

En II) se tiene, $\boxed{\frac{1}{2}}\#\boxed{16}=\boxed{\frac{1}{2}\cdot 16}=\boxed{8}$, por lo que II) también es verdadera.

Y por último, en III) se tiene $\boxed{8}\#\boxed{0} = \boxed{8\cdot 0} = \boxed{0}$, luego, III) es falsa.

Por el procedimiento anterior, la opción correcta es B), con un 64% de respuestas correctas por quienes abordaron el ítem, resultando fácil. Su omisión fue de un 17% considerado alto para este tipo de preguntas.

Ahora, C) fue el distractor más elegido con un 11% de preferencia. Probablemente el alumno comete el error de considerar 8·0 = 8 y no sabe operar $\boxed{\frac{1}{2}}\#\boxed{16}$ obteniendo un valor distinto de 8.

PREGUNTA 13

Juan tiene **a** dulces y su hermano tiene la mitad de esta cantidad más un dulce. Si al hermano de Juan le regalan 3 dulces y éste, a su vez, regala 2 dulces, ¿con cuántos dulces queda el hermano de Juan?

A) Con $\frac{a}{2} + 1$
B) Con $a + 2$
C) Con $\frac{a}{2} + 3$
D) Con $\frac{a}{2} + 4$
E) Con $\frac{a}{2} + 2$

COMENTARIO

El alumno para resolver el ítem debe comprender el enunciado y traducir los datos a una expresión algebraica.

En efecto, Juan tiene **a** dulces y su hermano tiene la mitad de esta cantidad más uno, lo que se escribe como $\frac{a}{2} + 1$. Luego, al hermano le regalan 3 dulces, teniendo $\frac{a}{2} + 1 + 3 = \frac{a}{2} + 4$, y por último, éste regala 2, lo que se escribe como $\frac{a}{2} + 4 - 2 = \frac{a}{2} + 2$, expresión que se encuentra en la opción E).

Estadísticamente el ítem resultó mediano, obteniendo sólo un 49% de respuestas correctas y una omisión del 12%, estos valores llaman la atención, porque los alumnos debiesen estar habituados a traducir un enunciado a una expresión algebraica, utilizando el álgebra básica.

El distractor con mayor frecuencia fue A) con un 21%, el error cometido se debe lo más probable a que en la lectura del enunciado no se percatan de sumar a la mitad de lo que tiene Juan 1 dulce, por lo que a $\frac{a}{2}$ le suman 3 y le restan 2, llegando a tener como resultado $\frac{a}{2} + 1$.

PREGUNTA 14

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) Un número entero es divisible por 6 si es par y la suma de sus dígitos es divisible por 3.
B) Si la suma de dos números es par, entonces ambos son pares o ambos son impares.
C) La suma de todo número divisible por 3 con todo número divisible por 6, es divisible por 3.
D) El cuadrado de todo número divisible por 3 es divisible por 6.
E) El producto de todo número divisible por 4 con todo número divisible por 6, es divisible por 12.

COMENTARIO

Para encontrar la solución a la pregunta el alumno debe recordar las propiedades asociadas a los conceptos de múltiplos, factores y divisibilidad, para luego analizar lo que se afirma en cada opción y determinar su veracidad.

Es así como, en A) debe recordar que un número es divisible por 6 cuando es divisible por 2 y 3 a la vez. Como en este caso se indica que el número es par, entonces es divisible por 2 y además, sus dígitos son divisibles por 3, que es la regla para que un número sea divisible por 3, luego A) es verdadera.

En B), se tiene que la suma de dos números, m y n, es par, y lo que se debe verificar es que sólo se cumple cuando ambos números son pares o ambos son impares. Para ello, se analizarán por casos:

- Si m y n son números pares, éstos se pueden expresar como m = 2p y n = 2q, luego m + n = 2p + 2q = 2(p + q). Entonces, si la suma de dos números es par, éstos pueden ser pares.
- Si m y n son números impares, éstos se pueden escribir como m = 2p + 1 y n = 2q + 1, entonces m + n = 2p + 1 + 2q + 1 = 2p + 2q + 2 = 2(p + q + 1). Luego si la suma de dos números es par, éstos pueden ser impares.
- Por último, si m es par y n es impar, con m = 2p y n = 2q + 1, entonces m + n = 2p + 2q + 1 = 2(p + q) + 1, expresión que representa un número impar, por lo tanto si la suma de dos números es par, éstos no pueden ser uno par y otro impar.

Por el análisis anterior se concluye que B) es verdadera.

En C) si se escribe las expresiones que representan a un número divisible por 3 y uno divisible por 6 se tiene: 3m y 6n, si se suman estas expresiones se tiene (3m + 6n) = 3(m + 2n), luego la suma es divisible por 3. La afirmación en C) es verdadera.

En D), si se designa a un número divisible por 3 como 3m y luego se eleva al cuadrado se obtiene $9m^2$, ahora si m fuese par el número sería divisible por 6, pero si m fuese impar no lo sería, luego no todo número divisible por 3 lo es por 6, por lo que la afirmación en D) es falsa.

Ahora, si en E) se designa a un número divisible por 4 como 4m y a un número divisible por 6 como 6n, se tiene el producto 4m · 6n = 24mn, expresión que es divisible por 12, luego la afirmación en E) es verdadera.

Por el análisis realizado la clave es D), la que fue marcada por el 29% de los alumnos que abordaron el ítem, resultando difícil, la omisión alcanzó un 43%, considerada alta, lo que indica que los postulantes no están acostumbrados a realizar este tipo de análisis.

El distractor B) obtuvo un 11% de preferencias, seguramente el alumno que lo marcó pensó que la suma de dos números impares también es impar, sin realizar un mayor análisis de la información entregada.

PREGUNTA 15

Si en un rectángulo de largo **2a** y de ancho **a + 2**, se aumenta el largo al doble y el ancho en **3a + 6**, entonces el área del nuevo rectángulo, con respecto al original, aumenta

A) 8 veces.
B) 6 veces.
C) en 16 unidades.
D) en 8 unidades.
E) 16 veces.

COMENTARIO

El contenido involucrado en este ítem está relacionado con el análisis de fórmulas e interpretación de las variaciones que se producen en las áreas, en este caso de figuras planas, por cambios en las medidas lineales de las figuras. El alumno debe recordar de la Enseñanza Básica que el área de un rectángulo es el producto de su base por su altura. Además, debe saber operar y factorizar con expresiones algebraicas sencillas.

De este modo, el rectángulo del enunciado tiene largo 2a y ancho a + 2, por lo que su área es 2a(a + 2). Ahora, si se aumenta el largo al doble sería 4a y el ancho se aumenta en 3a + 6, sería (a + 2 + 3a + 6) siendo igual a (4a + 8), por lo que el área del nuevo rectángulo sería 4a(4a + 8), ahora, si se factoriza la expresión que está en el paréntesis se obtiene 16a(a + 2), y si se descompone el número 16 se tiene 8·2a(a + 2). Al comparar el área de ambos rectángulos se observa que la del nuevo rectángulo es 8 veces la del rectángulo original, por lo que la clave se encuentra en A).

El ítem fue contestado correctamente por un cuarto de los postulantes que lo abordaron, resultando de dificultad difícil. Su omisión fue muy alta alcanzando el 45%, esto debido seguramente a no estar habituados a trabajar con el concepto de variabilidad y a realizar comparaciones entre expresiones algebraicas.

El distractor B) fue el más marcado, con un 20%, probablemente, al aumentar al doble el largo escriben 4a y consideran que el ancho aumenta a (3a + 6), luego el área del nuevo rectángulo sería 4a(3a + 6) = 12a(a + 2) = 6·2a(a + 2), por lo tanto la nueva área sería 6 veces la original.

PREGUNTA 16

$(2t \cdot 3s^3)^2 =$

A) $36ts^3$
B) $36t^2s^6$
C) $6t^2s^5$
D) $6t^2s^6$
E) $24t^2s^6$

COMENTARIO

El contenido a utilizar en este ítem corresponde a la operatoria de potencias con exponentes enteros, en contextos literales. En particular, el alumno debe aplicar potencias a un producto y potencia de una potencia.

Es así como, $(2t \cdot 3s^3)^2 = 2^2 \cdot t^2 \cdot 3^2(s^3)^2 = 4 \cdot t^2 \cdot 9 \cdot s^6 = 36t^2s^6$

Luego, la clave se encuentra en B) la que fue marcada por el 42% de los postulantes resultando un ítem mediano. La omisión alcanzó el 31%, considerada alta ya que se trataba de una pregunta en donde sólo se debía aplicar en forma directa las propiedades de las potencias mencionadas anteriormente.

El distractor más marcado fue D), con un 11%, aquí el error es bastante claro, porque sólo elevan al cuadrado la parte literal y no el coeficiente numérico de los términos algebraicos, obteniendo $6t^2s^6$.

PREGUNTA 17

¿Por qué factor hay que multiplicar x^{-2} para obtener x^2?

A) Por x^{-4}
B) Por -1
C) Por x^{-1}
D) Por x^4
E) Por ninguno de los factores anteriores.

COMENTARIO

Este ítem al igual que el anterior está relacionado con potencias, pero en este caso se debe aplicar la división de potencias de igual base.

Para resolverlo, se debe encontrar un factor que multiplicado con x^{-2} de como resultado x^2. Si se designa por M el factor que se quiere encontrar, se tiene la igualdad $x^{-2} \cdot M = x^2$, al multiplicar por el inverso multiplicativo de x^{-2} se obtiene $M = x^2 \cdot \frac{1}{x^{-2}}$ que es lo mismo que $M = \frac{x^2}{x^{-2}}$, al aplicar la propiedad de la división de potencias de igual base se tiene $M = x^{(2-(-2))} = x^{(2+2)} = x^4$, expresión que se encuentra en la opción D).

El ítem resultó mediano con un 45% de respuestas correctas por quienes contestaron la prueba y su omisión fue de un 17%.

Con un 14% de preferencia el distractor C) resultó el más marcado, y el error que se comete acá probablemente es por una mala aplicación de las propiedades de las potencias. Esto es, como x^{-2} hay que multiplicarlo por otra expresión para obtener x^2, escriben $x^{-2} \cdot x^{-1}$ y en vez de sumar exponentes los multiplican.

PREGUNTA 18

¿Cuál debe ser el valor de **x** para que la expresión $\frac{9}{2} - \frac{3}{x}$ sea igual al inverso aditivo de -3?

A) 2
B) $\frac{6}{15}$
C) $-\frac{6}{15}$
D) 1
E) $\frac{18}{25}$

COMENTARIO

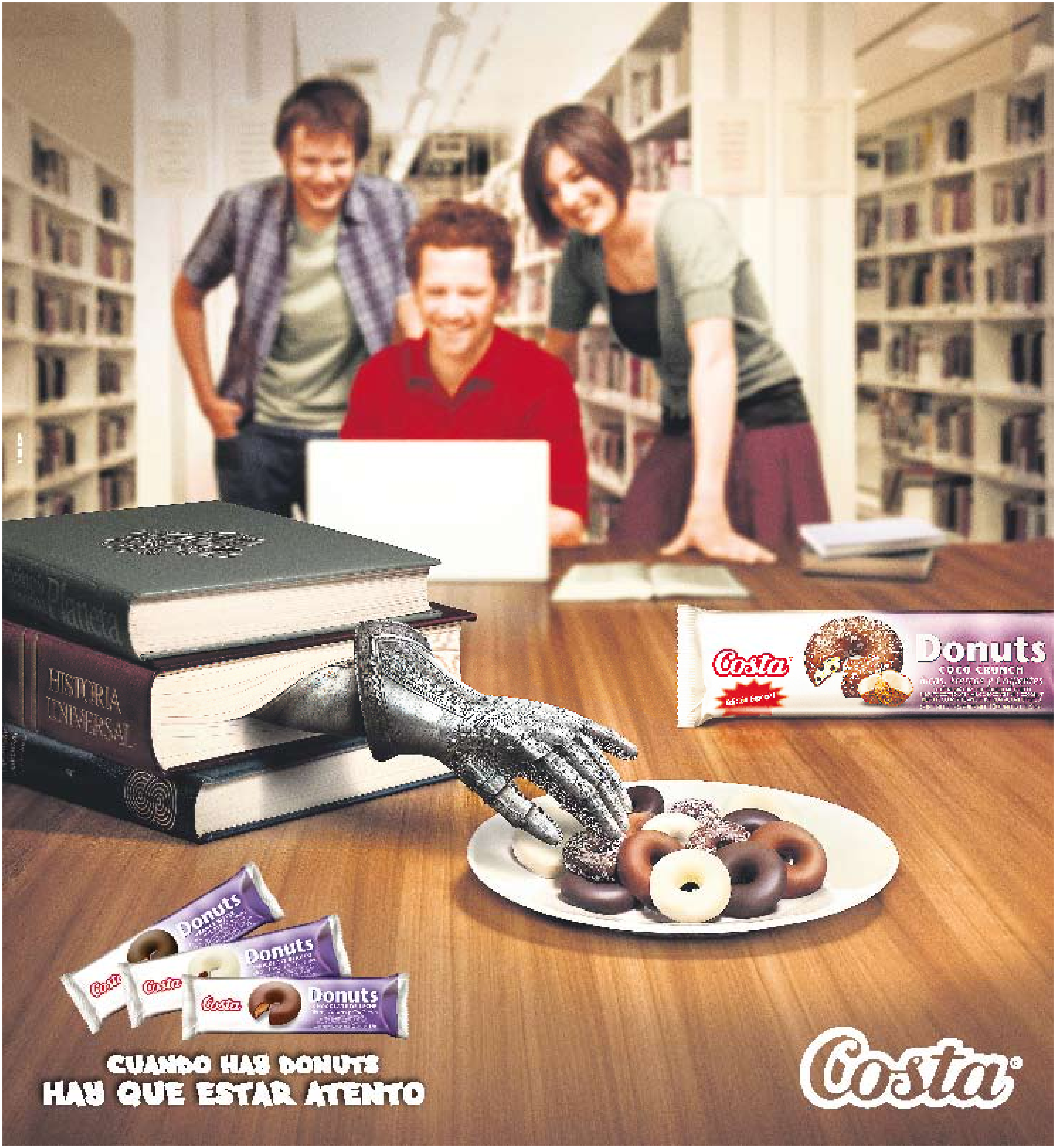
El alumno para responder este ítem debe saber resolver una ecuación de primer grado con una incógnita que involucra expresiones algebraicas fraccionarias.

Ahora bien, lo primero es recordar de la Enseñanza Básica que el inverso aditivo de -3 es 3, por lo que el enunciado se traduce a la ecuación $\frac{9}{2} - \frac{3}{x} = 3$, al aplicar la resta de expresiones algebraicas fraccionarias se obtiene $\frac{9x - 3 \cdot 2}{2x} = 3$, que es equivalente a $\frac{9x - 6}{2x} = 3$, luego se multiplica a ambos lados de la igualdad por 2x, se llega a $9x - 6 = 6x$, ahora despejando x se tiene $3x = 6$, es decir, $x = 2$.

Por lo anterior, la clave es A) que fue marcada por un tercio de los alumnos que abordaron el ítem, resultando difícil y su omisión fue de un 55%. Que omitiera el ítem tan alto porcentaje de alumnos se puede deber a que no están habituados a trabajar con este tipo de preguntas.

Por otro lado, el distractor más marcado fue D) con un 4% de preferencias, lo que el alumno, probablemente, realiza para llegar a esta opción es lo siguiente:

$\frac{9}{2} - \frac{3}{x} = 3$, restan mal, obteniendo $\frac{6}{2x} = 3$, luego escriben $6 = 6x$, concluyendo que $x = 1$.



HISTORIA UNIVERSAL
Planeta
Costa
Donuts
COCO CRUNCH
Donuts
Donuts
Donuts
CUANDO HAY DONUTS
HAY QUE ESTAR ATENTO
Costa®