

PROCESO DE ADMISIÓN 2006

DOCUMENTO OFICIAL PSU

 EL MERCURIO



FOTOGRAFÍA: ROBERTO DE LA FUENTE

PRUEBAS DE SELECCIÓN UNIVERSITARIA
INFORMATIVO PRUEBA
DE MATEMÁTICA



Universidad de Chile
VICERRECTORÍA DE ASUNTOS ACADÉMICOS
DEMRE



CONSEJO DE RECTORES
UNIVERSIDADES CHILENAS



INTRODUCCIÓN

En esta publicación veremos los dos ejes temáticos restantes que son: Geometría y Estadística y Probabilidad que en conjunto, sus preguntas tuvieron un peso del 43%, en el examen aplicado en diciembre de 2004.

En el caso de la Geometría, históricamente sus ejercicios han resultado más difíciles que los de otros tópicos y en esta oportunidad no fue la excepción. En efecto, en la reciente aplicación de la Prueba de Selección Universitaria (PSU) en su parte matemática, de los cuatro ejes temáticos que conforman la prueba, Geometría es el que presenta el menor porcentaje medio de respuestas correctas (32,9%) y un mayor porcentaje medio de omisión (44,4%).

Estos resultados llevan a que la Geometría sea un temido fantasma para el común de los estudiantes de Enseñanza Media, la rehuyan y lleguen al término de la Educación Media con ideas bastantes precarias e inconexas acerca de esta ciencia, en circunstancias de

que es de una lógica transparente, se refiere a objetos que pueden ser aprehendidos visualmente en su representación gráfica – lo que es una ventaja innegable frente al Álgebra, por ejemplo – y sus construcciones y demostraciones pueden producir un gran placer estético-intelectual si uno logra captar la belleza de su desarrollo.

La PSU matemática que se aplicará en diciembre de 2005 tendrá 21 preguntas referidas a cuestiones geométricas, cuyos contenidos se publicaron el 27 de abril de 2005, por este mismo medio. Es fundamental, por lo tanto, estudiar todos los contenidos de geometría y enfrentarse a ella con otra actitud, sin temor.

El eje temático de Probabilidad y Estadística incluye nueve preguntas que en la prueba recién pasada obtuvieron un porcentaje medio de respuestas correctas de un 48,6% y el porcentaje medio de omisión fue el más bajo de los cuatro ejes temáticos, alcanzando el 21,5%.

La Estadística y Probabilidad están presentes, en

forma periódica, en los medios de comunicación, de ahí la importancia de estudiar esta disciplina para que podamos comprender y a la vez opinar sobre los gráficos, estimaciones de diferentes índices, datos que aparecen en temas tan diversos como el financiero, educativo, agrícola, forestal, etc.

En consideración a lo antes dicho, esta publicación se abocará a un estudio cualitativo de una muestra de preguntas de los ejes temáticos de Geometría y Probabilidad y Estadística, con el propósito de servir como retroalimentación a estudiantes y profesores, ya que en él se indica: el grado de dificultad de la pregunta, el porcentaje de omisión, la forma de responderla, explicitando las capacidades que se ponen en marcha para llegar a la solución y los errores más comunes que los alumnos cometen.

A continuación se presentan 17 preguntas que fueron probadas en grupos de alumnos equivalentes a los que rendirán la prueba.

EJEMPLOS Y COMENTARIOS DE PREGUNTAS QUE PERTENECEN AL EJE TEMÁTICO DE GEOMETRÍA

1. Si en un triángulo equilátero se dibuja una de sus alturas, entonces se forman dos triángulos

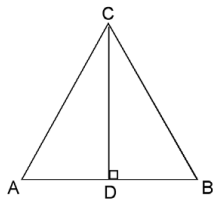
- A) isósceles rectángulos congruentes.
- B) acutángulos escalenos congruentes.
- C) acutángulos congruentes.
- D) escalenos rectángulos congruentes.
- E) equiláteros congruentes.

ANÁLISIS DE LA PREGUNTA:

Esta pregunta se refiere al contenido de Congruencia de dos figuras planas. Criterios de congruencia de triángulos.

El alumno debe recordar que un triángulo equilátero es aquél que tiene sus tres lados iguales y sus tres ángulos también iguales. Además, si se traza cualesquiera de sus alturas, ésta es al mismo tiempo bisectriz del ángulo del vértice elegido y transversal de gravedad (divide al lado opuesto a dicho vértice en dos trazos iguales).

Dibujemos un triángulo equilátero ABC y tracemos la altura desde el vértice C.

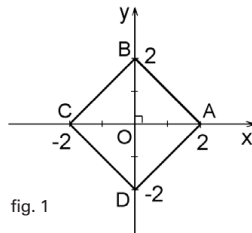


Luego, $\overline{AC} = \overline{CB}$ (por ser triángulo ABC equilátero), \overline{CD} es lado común a ambos triángulos y $\overline{AD} = \overline{DB}$, por ser CD altura y a la vez transversal de gravedad del triángulo equilátero, entonces por el criterio de **LLL**, se tiene que $\triangle ACD \cong \triangle BCD$. Además, cada uno de estos triángulos es escaleno, por tener sus tres lados distintos entre sí, por lo cual la clave es D).

Como se puede observar, el conocimiento implícito en la pregunta es elemental, sin embargo, no resultó fácil, ya que la contestó bien sólo el 31,1% de las personas que la abordaron y la omitió un porcentaje cercano al 30% de ellas. El 41,1% de los alumnos se repartieron entre las demás opciones, siendo A) el distractor más elegido.

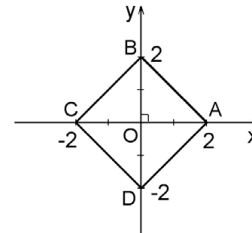
2. En el plano se muestra el polígono ABCD (fig. 1). ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s) ?

- I) El perímetro del polígono es $8\sqrt{2}$.
 - II) Cada diagonal del polígono mide 4.
 - III) El área del polígono es $4\sqrt{2}$.
- A) Sólo I
 - B) Sólo II
 - C) Sólo I y II
 - D) Sólo II y III
 - E) I, II y III



ANÁLISIS DE LA PREGUNTA:

Esta pregunta apunta al contenido de resolución de problemas relativos a congruencia de trazos, ángulos y triángulos. Resolución de problemas con polígonos y descomposición en figuras elementales congruentes. En la figura se han formado los triángulos OAB, OBC, OCD y ODA congruentes entre sí, por el criterio de **LAL**, como lo demostraremos a continuación:



En efecto, $OA=OB=OC=OD=2$, además $\sphericalangle AOB = \sphericalangle BOC = \sphericalangle COD = \sphericalangle DOA = 90^\circ$.

Luego por el criterio de **LAL**, se tiene:

$$\triangle OAB \cong \triangle OBC \cong \triangle OCD \cong \triangle ODA$$

Si calculamos la medida de uno de los lados de este polígono ABCD (y que son a su vez hipotenusa de su triángulo rectángulo respectivo), usando el Teorema de Pitágoras, se tiene:

$$AB^2 = 2^2 + 2^2, \text{ de donde } AB = 2\sqrt{2}, \text{ luego como todos los lados del polígono son iguales, se tiene que, el perímetro del cuadrilátero ABCD es } 4 \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}, \text{ por lo tanto, I) es verdadera.}$$

Como se desprende de la figura dada, $CA = BD = 4$, por lo tanto II) también es verdadera.

Para analizar III), se puede calcular el área de cada uno de estos triángulos rectángulos y multiplicar su resultado por 4 o también, como el polígono ABCD de la figura, es a su vez un cuadrado, se puede hacer también calculando el área como el cuadrado de un lado.

El área de uno de estos triángulos es igual al semiproducto de sus catetos, es decir

$$\frac{2 \cdot 2}{2} = 2, \text{ luego el área total de la figura ABCD será igual a } 8, \text{ por lo tanto III) es falsa. Así la opción correcta es la C).}$$

Este ítem resultó muy difícil, pues lo contestó bien solamente el 17,6% de las personas que lo abordaron y la omisión fue altísima (60,2%).

Llama la atención lo difícil que resultó y su alta omisión, considerando que es un problema de descomposición de polígonos, en el cual hay que utilizar el teorema de Pitágoras y realizar algunos cálculos de áreas y de perímetros bastante rutinarios.

3. En la figura 2, PRSU es un cuadrado que se ha dividido en 36 cuadraditos congruentes entre sí, de lado 1. El simétrico del punto P, con respecto al eje de simetría L, es el punto

- A) Q
- B) R
- C) S
- D) T
- E) U

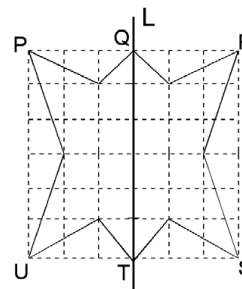


fig. 2

ANÁLISIS DE LA PREGUNTA:

El contenido de este ítem corresponde a traslaciones, simetrías y rotaciones de figuras planas.

Para llegar a la respuesta correcta, el alumno debe tener claro el concepto de simetría (reflexión) de un punto respecto de algún eje de simetría.

Al reflejar una figura cualesquiera, siempre se obtiene otra figura congruente.

En esta pregunta **L** es el eje de reflexión o de simetría y se refleja en ella cada vértice, como en un espejo, de modo que el vértice reflejado quede a igual distancia de dicho eje, pero en el lado contrario y formando entre ellos un segmento perpendicular a la recta **L**.

Como se pide la imagen reflexiva del punto **P**, ésta correspondería al punto **R** porque de acuerdo a lo señalado, ambos puntos están ubicados a 3 unidades del eje **L** y **PR** es perpendicular a **L**, luego la opción correcta es **B**).

El distractor más elegido fue **A**), ubican el punto reflejo en el mismo eje **L**.

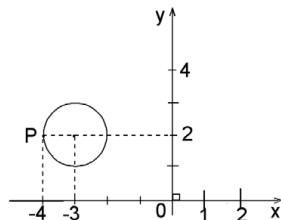
Resultó difícil (32,3%) si consideramos que en ella sólo hay que aplicar directamente el concepto de simetría (reflexión) y además, la alta omisión (43%), nos demuestra que es un contenido desconocido para muchos alumnos o la forma de presentar el estímulo no es la más usada en el aula.



4. En la figura 3, se tiene un círculo de centro $(-3, 2)$ y en él está marcado un punto **P**, entonces al efectuar una traslación del círculo al nuevo centro $(2, 1)$ se sitúa al punto **P** en las coordenadas

- A) $(1, 2)$
- B) $(2, 1)$
- C) $(0, 2)$
- D) $(2, 2)$
- E) $(1, 1)$

fig. 3



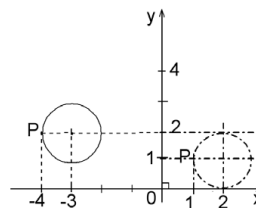
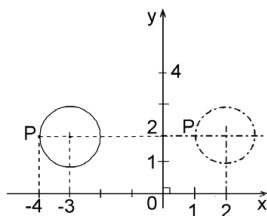
ANÁLISIS DE LA PREGUNTA:

El tema de traslación y simetría de figuras en sistemas de coordenadas está presente en esta pregunta.

El estudiante debe tener claro el concepto de traslación, que consiste en mover una figura sin cambiar su forma y las dimensiones de ella.

Como el nuevo centro de la figura será el punto $(2, 1)$, debe trasladar el círculo de centro $(-3, 2)$ rígidamente de modo que se mantenga su radio igual a 1.

Una manera de resolverlo es realizando un desplazamiento paralelo del círculo, primero con respecto al **eje x**, hasta ubicar el centro en el punto $(2, 2)$.



Y luego producir una traslación paralela respecto al **eje y**, hasta ubicar su centro en el punto $(2, 1)$, de esta forma el punto **P** del círculo, queda ubicado en las coordenadas $(1, 1)$, luego la clave es **E**), como se ilustra en la figura:

Esta pregunta no resultó fácil, pues la contestó correctamente sólo un 31,6% de los estudiantes que la abordaron y la omisión fue alta (38,6%). El 29,8% de los alumnos se repartieron equitativamente entre los distractores.

5. En la figura 4, el área del $\triangle ABC$ es 90 cm^2 y $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$. ¿Cuál es el área del trapecio ADEB?

- A) 36 cm^2
- B) 40 cm^2
- C) 50 cm^2
- D) 54 cm^2
- E) 60 cm^2

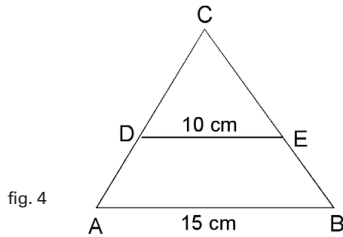


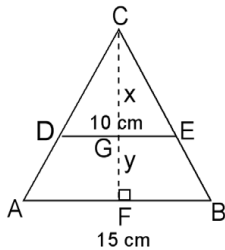
fig. 4

ANÁLISIS DE LA PREGUNTA:

Para contestar este ejercicio el alumno debe buscar una **estrategia** para encontrar el área de la figura pedida. Para ello debe comprender el enunciado, emplear los datos entregados y aplicar correctamente el teorema de Thales sobre trazos proporcionales.

Éste dice: " Dos rectas paralelas determinan segmentos proporcionales sobre los lados de un ángulo".

En la figura trazamos la altura \overline{CF}



Como $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ y aplicando dicho teorema se tiene que:

$$\frac{CG}{CF} = \frac{DE}{AB}, \text{ reemplazando se tiene}$$

$$\frac{x}{x+y} = \frac{10}{15}, \text{ luego } 15x = 10x + 10y, \text{ ordenando } 5x - 10y = 0, \text{ de donde, dividiendo por 5 queda: } x - 2y = 0 \quad (1)$$

y como área del $\triangle ABC = 90 \text{ cm}^2$, se tiene

$$\frac{15(x+y)}{2} = 90, \text{ luego } 15x + 15y = 180, \text{ de donde } x + y = 12 \quad (2)$$

Luego formando el sistema de ecuaciones con (1) y con (2), resulta:

$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + y = 12 \end{cases}$$

Resolviendo este sistema, resulta $y = 4 \text{ cm}$, por lo tanto $x = 8 \text{ cm}$.

Luego, sabiendo que la altura y del trapecio ADEB es 4 cm , entonces se calcula directamente el área de él como:

$$\frac{DE + AB}{2} \cdot y = \frac{10 + 15}{2} \cdot 4 = 50 \text{ cm}^2$$

Otra forma de determinar el área pedida es calculando la diferencia entre el área del $\triangle ABC$ y el $\triangle DEC$, es decir,

$$\text{Área trapecio ABED} = \text{Área } \triangle ABC - \text{Área } \triangle DEC.$$

$$\text{El área del } \triangle DEC = \frac{10 \cdot 8}{2} = 40 \text{ cm}^2.$$

Así, el área del trapecio ABED = $90 \text{ cm}^2 - 40 \text{ cm}^2 = 50 \text{ cm}^2$, por lo tanto la clave es C). Esta pregunta resultó muy difícil, la contestó bien solamente un 10,2% de las personas que la abordaron y la altísima omisión (65,4%) demuestra que es un tema desconocido o de muy difícil internalización para los estudiantes.

6. En la figura 5, los puntos P, Q, R y S están sobre la circunferencia de centro O. Si $QT:TP = 3:4$, $QT = 6$ y $ST = 12$, entonces RT mide

- A) 4
- B) 6
- C) 8
- D) 9
- E) 10

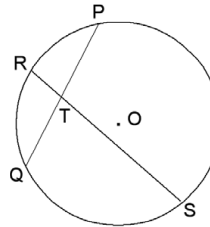


fig. 5

ANÁLISIS DE LA PREGUNTA:

El contenido involucrado en esta pregunta es el relativo a proporcionalidad de trazos en la circunferencia, como aplicación del Teorema de Thales.

En este ejercicio, \overline{RS} y \overline{QP} son cuerdas que se intersectan en el interior de la circunferencia.

El estudiante debe recordar que "si dos cuerdas de una circunferencia se cortan, el producto de los segmentos determinados en una de las cuerdas, es igual al producto de los segmentos determinados en la otra cuerda".

$$\text{Es decir, en este caso: } \overline{QT} \cdot \overline{TP} = \overline{RT} \cdot \overline{TS} \quad (1)$$

Como se sabe que la medida del segmento QT es 6, y

$$\frac{QT}{TP} = \frac{3}{4}, \text{ se puede plantear la proporción } \frac{6}{TP} = \frac{3}{4} \text{ donde } TP = 8$$

Del enunciado se conoce que $ST = 12$ y reemplazando este valor en (1), se tiene que: $6 \cdot 8 = RT \cdot 12$, de donde $RT = 4$.

Por lo tanto, la opción A) es la correcta.

En esta pregunta, que es una aplicación directa del teorema mencionado, llama la atención que lo haya contestado bien solamente un tercio de las personas que la abordaron (33,8%) y que la omisión resultó muy alta, 46,5%.

El resto de los postulantes que la contestaron erróneamente, se repartieron de manera similar entre los distractores.

7. En la semicircunferencia de centro O de la figura 6, el $\sphericalangle BOC$ mide 100° .

En el triángulo isósceles AED de base \overline{AD} , ¿cuánto mide el $\sphericalangle AED$?

- A) 70°
- B) 50°
- C) 40°
- D) 20°
- E) Ninguno de los valores anteriores.

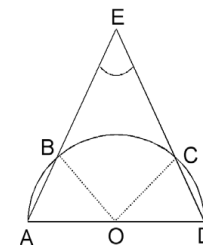


fig. 6



ANÁLISIS DE LA PREGUNTA:

Una manera de resolverla es usando que el $\triangle AED$ es isósceles de base \overline{AD} , luego $\sphericalangle BAO = \sphericalangle ODC$, como \overline{OB} y \overline{OC} son radios, los triángulos ODC y OAB son isósceles. Así se tiene que:

$$\sphericalangle BAO = \sphericalangle ABO = \sphericalangle ODC = \sphericalangle DCO \text{ y}$$

$$\sphericalangle COD = \sphericalangle BOA = 40^\circ \text{ pues } \sphericalangle BOC = 100^\circ.$$

Por lo tanto $\sphericalangle BAO = \sphericalangle ODC = 70^\circ$ donde el ángulo pedido **AED = 40°**.

Otra manera es usar ángulos del centro y ángulos inscritos en una circunferencia y en particular la propiedad que los relaciona:

"Un ángulo inscrito corresponde a la mitad del ángulo del centro que subtiende el mismo arco."

Como el $\triangle AED$ es isósceles de base \overline{AD} , se tiene que $\sphericalangle BAO = \sphericalangle ODC$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ pues son radios de la circunferencia (al igual que \overline{OA} y \overline{OD}), luego $\triangle ODC$ y $\triangle OAB$ son isósceles, en que $\sphericalangle BAO = \sphericalangle ABO = \sphericalangle ODC = \sphericalangle DCO$, por lo tanto $\sphericalangle COD = \sphericalangle BOA$ y como $\sphericalangle BOC = 100^\circ$ los ángulos COD y BOA miden 40° cada uno.

Como el $\sphericalangle COA = 140^\circ$, es ángulo del centro que subtiende **arco CA**, el $\sphericalangle EDA$ mide 70° , porque es ángulo inscrito en la circunferencia y que subtiende también el mismo **arco CA**.

Y como $\triangle AED$ es isósceles de base \overline{AD} , entonces también $\sphericalangle EAD = 70^\circ$,

Por lo que el ángulo pedido **AED = 40°**, donde la clave es la opción C).

La contestó bien sólo el 12,9% de los estudiantes que abordaron la pregunta y la omisión fue alta (40,5%).



8. En la figura 7, el lado \overline{AD} del $\triangle ABD$ es el diámetro de la circunferencia de centro O . Para el punto E en el lado \overline{BD} , se tiene que $BE = 3$, $ED = 12$ y $AE = 6$. El valor del radio es

- A) $\frac{\sqrt{270}}{2}$
- B) $\sqrt{270}$
- C) $\frac{\sqrt{352}}{2}$
- D) $\sqrt{252}$
- E) $\frac{\sqrt{252}}{2}$

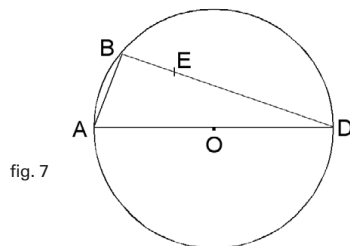


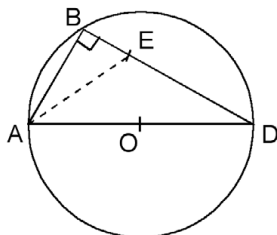
fig. 7

ANÁLISIS DE LA PREGUNTA:

Para resolver correctamente la pregunta, el estudiante debe recordar que todo triángulo inscrito en una semicircunferencia es rectángulo.

En este caso el $\sphericalangle ABD = 90^\circ$ y donde \overline{AB} y \overline{BD} son los catetos.

En el triángulo rectángulo AEB, que se forma al unir A con E, como se muestra en la figura, necesitamos calcular el cateto AB.



Para ello aplicamos el Teorema de Pitágoras:
 $AB^2 = 6^2 - 3^2$, por lo que el valor del cateto $AB = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27}$

Luego, para determinar el radio de la circunferencia, debemos calcular el diámetro \overline{AD} , que es la hipotenusa del triángulo rectángulo ADB.

Utilizando nuevamente el Teorema de Pitágoras, se tiene:

$$AD = \sqrt{15^2 + \sqrt{27}^2} = \sqrt{225 + 27} = \sqrt{252}, \text{ de donde el radio será } \frac{\sqrt{252}}{2}.$$

Por lo que la clave es la opción E).

La pregunta resultó muy difícil, sólo el 14,1% la contestó correctamente y la omisión resultó altísima (72,5%), lo que indica, posiblemente, que los estudiantes no reconocen fácilmente esta propiedad mencionada o no están habituados a resolver problemas donde tienen que trazar líneas adicionales para llegar a la solución.

9. Un avión despega del aeropuerto con un ángulo de elevación de 30° como se muestra en la figura 8. ¿A qué distancia (d) se encuentra el avión desde el punto de despegue hasta que alcanza una altura de 1.500 metros?

- A) 750 metros
- B) 3.000 metros
- C) $1.000\sqrt{3}$ metros
- D) $750\sqrt{3}$ metros
- E) $1.500\sqrt{3}$ metros

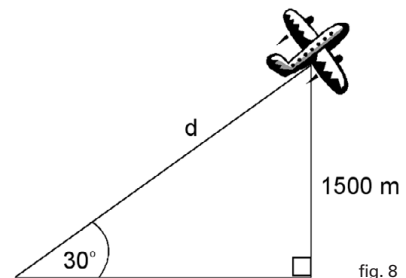


fig. 8

ANÁLISIS DE LA PREGUNTA:

El contenido de esta pregunta pertenece a "Resolución de problemas relativos a cálculos de alturas o distancias inaccesibles que pueden involucrar proporcionalidad en triángulos rectángulos".

Los datos entregados en el problema son, el ángulo de elevación de 30° y el cateto formado por la perpendicular trazada desde el avión hasta el suelo plano (1.500 m). Para su resolución, debe necesariamente recurrir a la razón trigonométrica del seno de un ángulo agudo.

Como $\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$, entonces

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{1.500}{d}, \text{ de donde } d = \frac{1.500}{\text{sen } 30^\circ}$$

$$\text{y como } \text{sen } 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$d = \frac{1.500}{\frac{1}{2}} = 3.000 \text{ metros}$$

Por lo que la opción correcta es la B).

La opción E), resultó la más llamativa y corresponde a aquellos alumnos,

que usan la función $\text{cos } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, en vez de la del seno y después desarrollan mal la operación de dividir por la fracción.

La contestó bien sólo el 12,9% de la población que la abordó y la omisión fue alta alcanzando al 55,4%.

10. **M** es el punto medio de la arista del cubo que se muestra en la figura 9. Si la medida de la arista es 2, el área del $\triangle ABM$ es

- A) 2
- B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- C) $\sqrt{2}$
- D) $2\sqrt{2}$
- E) $3\sqrt{2}$

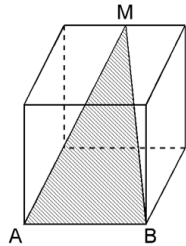
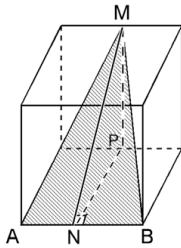


fig. 9

ANÁLISIS DE LA PREGUNTA:

El tema implicado en este ítem es el cálculo del área de una región triangular en el espacio.

Para determinar el área del $\triangle ABM$, en el cual se conoce la base $AB = 2$, se debe determinar la altura trazada, desde el vértice **M** a la base **AB**, la cual pasa a ser hipotenusa del triángulo **MNP**, rectángulo en **P** y en el cual, cada cateto mide 2, por ser lados paralelos a las aristas del cubo, como se muestra en la siguiente figura:



Usando el Teorema de Pitágoras se tiene:

$$MN = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}, \text{ que corresponde a la altura del } \triangle ABM.$$

$$\text{Luego, el área del } \triangle ABM = \frac{2 \cdot 2\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}, \text{ en consecuencia la clave es D).}$$

La pregunta resultó muy difícil, la contestó en forma correcta el 16,4% de las personas que la abordaron y la omisión fue muy alta 70,4%. Un 13,4% de las personas se repartieron entre las opciones incorrectas.



ANÁLISIS DE LA PREGUNTA:

La pregunta corresponde al contenido de razones trigonométricas en el triángulo rectángulo.

En este tipo de ítems llamados Suficiencia de Datos, las habilidades intelectuales involucradas son las de análisis, síntesis y evaluación, que son las capacidades cognitivas de nivel superior. Estas preguntas corresponden a los últimos 7 ítems de la prueba.

Este problema demanda analizar la información dada. Lo que se le pide al alumno, no es entregar una respuesta, sino que debe analizar la información entregada en la pregunta y evaluar si los datos proporcionados por el problema lo resuelven o no. En este caso, con los datos proporcionados por el enunciado

$$\left(\text{sen } \alpha = \frac{4}{7} \right), \text{ se sabe la relación } \overline{QR} : \overline{RP} = 4 : 7.$$

Con el dato proporcionado en (1) no podemos determinar si $UT = 7$, porque no sabemos qué relación existe entre L_1 y L_2 , sólo se conoce la medida de **US**.

La información (2) nos permite aclarar que la relación entre los triángulos **QRP** y **SUT** es de semejanza porque tienen dos de sus ángulos correspondientes iguales (Teorema del AA).

El \sphericalangle QRP es igual al \sphericalangle SUT, por ser ángulos alternos externos entre paralelas y los ángulos **PQR** y **TSU** son iguales, por ser ambos rectos.

Por lo anterior, el lado \overline{QR} se corresponde con \overline{US} y \overline{RP} con \overline{UT} , por lo tanto, con la relación dada en el enunciado correspondiente a $\text{seno } \alpha$, sólo se establece la relación existente entre los lados **US** y **ST**. Al complementar los datos del enunciado con los entregados en (1) y (2), se puede determinar que $UT = 7$.

Luego, la clave es C).

La pregunta resultó difícil (22,9%) y la omisión fue alta (45,3%).

11. En la figura 10, $\text{sen } \alpha = \frac{4}{7}$, se puede afirmar que $UT = 7$ si:

- (1) $US = 4$
- (2) $L_1 \parallel L_2$

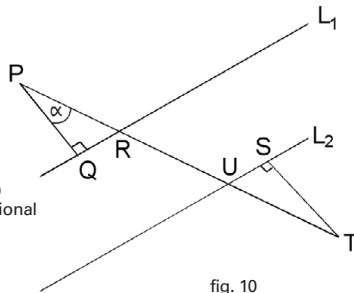


fig. 10

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

EJEMPLOS Y COMENTARIOS DE PREGUNTAS QUE PERTENECEN AL EJE TEMÁTICO DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

1. En la figura 1, se tiene una ruleta en que la flecha puede indicar cualesquiera de los 4 sectores y ella nunca cae en los límites de dichos sectores. ¿Cuál(es) de las siguientes proposiciones es(son) verdadera(s)?

- I) La probabilidad de que la flecha caiga en el número 1 es $\frac{1}{2}$.
- II) La probabilidad de que la flecha caiga en el número 2 es $\frac{1}{4}$.
- III) La probabilidad de que la flecha caiga en el número 2 ó en el 3 es $\frac{2}{3}$.

- A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) Sólo I y III

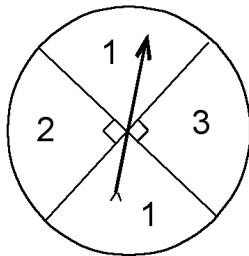


fig. 1

ANÁLISIS DE LA PREGUNTA:

Este ítem corresponde al contenido de Resolución de problemas sencillos que involucren suma o producto de probabilidades.

Es un ítem del tipo combinado, en el cual se tiene el enunciado y se presentan tres afirmaciones para determinar su valor de verdad.

Como la ruleta mostrada en la figura, posee cuatro sectores circulares congruentes, es lógico suponer que la probabilidad de que la flecha caiga en alguno de ellos es la misma.

Además, se tienen dos sectores marcados con el número 1 y el total de sectores es 4,

luego la probabilidad de caer en **1** es $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, por tanto I) es verdadera.

Dado que se tiene un sector marcado con el 2, la probabilidad

de que caiga en **2** es $\frac{1}{4}$, por lo tanto, II) también es verdadera.

La probabilidad de que caiga en **2** ó en **3** es de $\frac{1}{2}$ porque, la suma de sus sectores equivale a dos de los cuatro sectores señalados, por lo tanto, III) es falsa.

En consecuencia, la opción correcta es la D).

La pregunta resultó con un 36,6% de respuestas correctas y la omisión fue del 31%. El distractor más elegido fue B).



2. De una tómbola se saca una de 30 bolitas numeradas de 1 a 30. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de la bolita extraída sea múltiplo de 4?

- A) $\frac{23}{30}$
B) $\frac{4}{30}$
C) $\frac{7}{30}$
D) $\frac{30}{7}$
E) $\frac{30}{23}$

ANÁLISIS DE LA PREGUNTA:

Esta pregunta pertenece al contenido que señala "La probabilidad como proporción entre el número de resultados favorables y el número total de resultados posibles".

Como la tómbola contiene bolitas numeradas del 1 al 30, el alumno debe determinar los múltiplos de 4 comprendidos entre estos dos números, ellos son:

4; 8; 12; 16; 20; 24 y 28, es decir son 7 bolitas que contienen múltiplos de 4

y como el espacio muestral es igual a 30, la probabilidad es de $\frac{7}{30}$, por lo que la clave es C).

El distractor más elegido fue B), corresponde a los alumnos que sin un mayor

análisis y como se menciona que el número debe ser múltiplo de 4, dicen $\frac{4}{30}$.

Este ítem aparentemente fácil, no lo fue tanto, pues lo contestó en forma correcta el 51,3% de las personas que lo resolvieron y lo omitió prácticamente la cuarta parte de la población.

3. La tabla adjunta muestra las edades de 220 alumnos de un colegio. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s) ?

- I) La moda es 17 años.
- II) La mediana es mayor que la media (promedio).
- III) La mitad de los alumnos del colegio tiene 17 ó 18 años.

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

Edad (en años)	15	16	17	18	19
Alumnos	50	40	60	50	20

ANÁLISIS DE LA PREGUNTA:

Esta pregunta que es del tipo combinada, apunta a los contenidos de las medidas de tendencia central, como son la media aritmética (promedio), la mediana y la moda. Debe recordar que la moda es la medida de mayor frecuencia (el valor que más se repite), en este caso según la tabla, la mayor frecuencia de alumnos es 60 y corresponde a los de 17 años, por lo tanto I) es verdadera.

Para analizar II), debe determinar el promedio y compararlo con la mediana. En este caso, es el promedio para datos agrupados y se resuelve de la siguiente forma:

$$\bar{X} = \frac{50 \cdot 15 + 40 \cdot 16 + 60 \cdot 17 + 50 \cdot 18 + 20 \cdot 19}{50 + 40 + 60 + 50 + 20}$$

$$\bar{X} = \frac{3.690}{220} = 16,8.$$

La mediana es el valor de la variable que queda en el punto medio de una serie, después que las medidas o puntajes que la integran han sido colocados en orden según su magnitud. En otros términos, la mediana es el valor por encima y por debajo del cual queda un 50% de los casos.

Al calcular la frecuencia acumulada de la tabla se tiene:

Edad	Alumnos	Frecuencia acumulada
15	50	50
16	40	90
17	60	150
18	50	200
19	20	220

Buscamos la mitad del número total de casos, que corresponde a $\frac{220}{2} = 110$

Así la mediana es 17, pues es el primer valor de la variable cuya frecuencia acumulada es mayor que la mitad del número de datos (150 es mayor que 110).

Luego, la mediana es mayor que el promedio, por lo que II) es verdadera.

Los alumnos son 220 y los que tienen 17 ó 18 años, corresponden a la suma de los alumnos de estas edades, es decir, 110, que corresponde a la mitad del total, por lo que la III) es verdadera.

Luego la opción correcta es E).

El 46% de las personas abordaron la pregunta en forma correcta y la omitió casi la cuarta parte (24%).

4. El gráfico de la figura 2 muestra la distribución de las notas de matemática de un grupo de 46 estudiantes. ¿Cuál de las siguientes opciones corresponde a los valores de la mediana y la moda, respectivamente?

- A) 4 y 5
- B) 5 y 5
- C) 4,1 y 4
- D) 4,1 y 5
- E) 4 y 4,5

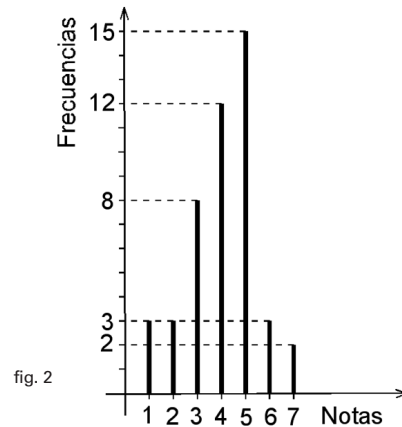


fig. 2

ANÁLISIS DE LA PREGUNTA:

Esta pregunta se refiere al contenido de graficación e interpretación de datos estadísticos provenientes de diversos contextos.

Para su resolución, el estudiante debe tener claro el concepto de mediana y moda, que son medidas de tendencia central y luego comprender la información entregada en el gráfico de la figura y hacer un reordenamiento de la información.

Por el gráfico, la frecuencia mayor de estudiantes es 15, que está asociada a la nota 5, por lo tanto, esa es la moda.

Para determinar la mediana, podemos proceder igual que en el ejercicio anterior, es decir, confeccionamos una tabla de la siguiente manera:

Notas	Frecuencias	Frecuencia acumulada
1	3	3
2	3	6
3	8	14
4	12	26
5	15	41
6	3	44
7	2	46

Buscamos la mitad del número total de casos, que corresponde a $\frac{46}{2} = 23$

Así la mediana es 4, pues es el primer valor de la variable cuya frecuencia acumulada es mayor que la mitad del número de datos (26 es mayor que 23).

Por lo tanto, la clave es la opción A).

La contestó correctamente el 32,3% de la población y la omisión fue alta 44,8%.



5. El gráfico circular de la figura 3 muestra las preferencias de 30 alumnos en actividades deportivas. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) correcta(s) ?

- I) La frecuencia relativa, expresada en %, del grupo de fútbol es de 40%.
- II) La frecuencia relativa, expresada en %, del grupo de básquetbol es de 30%.
- III) La mitad del grupo no prefirió fútbol ni tenis.

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III



fig. 3

ANÁLISIS DE LA PREGUNTA:

Para resolver el ítem el alumno debe conocer el concepto de frecuencia relativa, que se calcula como la frecuencia absoluta de cada actividad deportiva, dividida por el total de frecuencias de todos los grupos (30 alumnos). La frecuencia relativa se puede expresar en tanto por ciento.

La frecuencia relativa del grupo de fútbol es, por lo tanto $\frac{12}{30} = 0,40$, la que expresada en porcentaje es 40%, por lo que I) es verdadera.

La frecuencia relativa del grupo de básquetbol es $\frac{9}{30} = 0,30$, que corresponde a 30%, luego se confirma la veracidad de la afirmación II).

Como la mitad del grupo total es 15 y 15 de ellos no eligieron ni fútbol ni tenis, pues eligieron ó básquetbol ó atletismo, la III) también es verdadera.

Por lo tanto, la opción correcta es la E).

La pregunta resultó de mediana dificultad, pues la contestó bien un 45% de los alumnos y la omisión fue de un 26,8%, lo que indica que un número apreciable de alumnos no conoce el término frecuencia relativa o no se ha familiarizado con el gráfico circular.

6. Cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 monedas, simultáneamente, 2 sean caras y 1 sea sello ?

- A) $\frac{3}{8}$
- B) $\frac{1}{8}$
- C) $\frac{2}{8}$
- D) $\frac{1}{3}$
- E) $\frac{2}{3}$

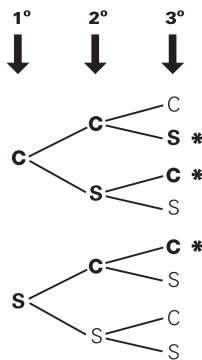
ANÁLISIS DE LA PREGUNTA:

Este ítem corresponde a la probabilidad como proporción entre el número de resultados favorables y el número total de resultados posibles.

Esta pregunta la resolvemos utilizando el diagrama de árbol, como se muestra a continuación:

Lanzamientos:

Monedas



El espacio muestral es 8 y las posibilidades de ocurrencia de obtener 2 caras y 1

sello, señaladas con negrita y asterisco (*) es 3, luego la probabilidad pedida es $\frac{3}{8}$ que corresponde a la opción A).

El ítem resultó difícil lo abordó solamente un 11,2% en forma correcta y la tercera parte lo omitió.

El distractor más elegido fue D), casi la quinta parte de los postulantes, se inclinó erróneamente por él.

INFORMACIONES DEL DEMRE PARA EL PROCESO DE ADMISIÓN



inscritos en el actual proceso en curso. Éstas toman como referencia las Tablas del Proceso de Admisión recién pasado, con el propósito de que sirvan como ejemplo de cual habría sido el puntaje estándar alcanzado, para un puntaje corregido particular, si estos Modelos de Pruebas hubiesen sido los instrumentos aplicados en diciembre del año 2004.

Es importante destacar que a partir de los valores logrados en el desarrollo de este folleto no se puede anticipar el PS que se obtendrá en diciembre, por cuanto depende del comportamiento del grupo que se presenta a rendir las pruebas.

Lo importante es que a mayor puntaje corregido, mayor probabilidad de situarse en un percentil más alto.

EJEMPLO PARA PRUEBA DE LENGUAJE Y COMUNICACIÓN:

PUNTAJE CORREGIDO: N° Respuestas Correctas menos un cuarto del N° de Respuestas Incorrectas.

N° Respuestas Correctas = 50

N° Respuestas Incorrectas = 20

PUNTAJE CORREGIDO = $50 - \frac{1}{4} \cdot 20 = 50 - 5 = 45$

PUNTAJE ESTÁNDAR = 582 puntos. PERCENTIL = 78.

“ATENCIÓN POSTULANTE” MODELOS DE PRUEBA DE LENGUAJE Y COMUNICACIÓN Y MATEMÁTICA

Todo postulante tiene derecho a recibir, por el solo acto de estar inscrito y participar en el Proceso de Admisión 2006, un Modelo de Prueba de cada una de las pruebas obligatorias de Lenguaje y Comunicación y Matemática, con el objetivo de que conozcan el instrumento, y al mismo tiempo, les sirva como material oficial de preparación.

Los postulantes que cursan 4° Año Medio y estén inscritos en el proceso, deben retirar este material en su respectivo establecimiento educacional.

Los postulantes de Promociones Anteriores lo deben hacer en la Secretaría de Admisión más cercana, presentando su Tarjeta de Identificación que acredita que está inscrito en el Proceso.

Para los efectos de corrección y estimación del puntaje estándar de cada Modelo de Prueba, tenga presente lo siguiente:

SIGNIFICADO DE LOS PUNTAJES

El **puntaje corregido** se obtiene al restar al total de respuestas correctas un cuarto del total de respuestas erradas, con el objetivo de controlar el azar.

El **puntaje estándar** permite comparar los puntajes entre sí y “ordenar” a las personas de cada grupo que rinden cada una de las pruebas, es decir, los puntajes individuales indican la posición relativa del sujeto dentro del grupo.

La “escala común” usada es de 150 a 850 puntos, con un promedio de 500 y una desviación estándar de 110.

El **percentil** es el valor bajo el cual se encuentra una proporción determinada de la población. Es una medida de posición muy útil para describir una población. En forma intuitiva, es un valor tal que supera un determinado porcentaje de los miembros de la población. Por ejemplo, en la Prueba de Lenguaje y Comunicación, el postulante que quedó en el Percentil 78, quiere decir que supera al 78% de la población que rindió esta prueba.

De acuerdo con lo expuesto, técnicamente no hay reprobación en estas pruebas. Quienes las rinden sólo son ubicados en algún tramo de la escala, como consecuencia de su rendimiento particular dentro del grupo. Esto también significa que el puntaje estándar más alto en la prueba no implica necesariamente que la persona la contestó correctamente en su totalidad, pero sí que es el de mejor rendimiento del grupo que la rindió.

Complementando lo dicho, no corresponde entonces, que a partir de los puntajes estándar entregados se obtengan otras inferencias que no sea la ubicación de los postulantes dentro de la escala mencionada. El único propósito del proceso de aplicación de las pruebas es efectuar una ordenación que permita una selección adecuada.

TABLAS DE TRANSFORMACIÓN DE PUNTAJE MODELOS DE PRUEBAS

A continuación se presentan las Tablas de Transformación de Puntaje Corregido (PC) a Puntaje Estándar (PS) de los Modelos de Pruebas que se entregan a los

Prueba de Lenguaje y Comunicación

PC	PS	Percentil
-14	150	1
-11	167	1
-10	173	1
-9	178	1
-8	184	1
-7	190	1
-6	196	1
-5	201	1
-4	207	1
-3	213	1
-2	218	1
-1	224	1
0	242	1
1	257	2
2	272	2
3	285	3
4	298	4
5	310	5
6	322	6
7	332	7
8	342	8
9	352	10
10	361	11
11	370	13
12	378	14
13	386	16
14	394	18
15	402	19
16	409	21
17	416	23
18	422	25
19	429	27
20	436	29
21	442	31
22	449	33
23	454	35
24	461	37
25	466	39
26	473	41
27	479	43
28	484	45
29	490	47
30	496	49
31	502	52
32	507	54
33	513	56
34	518	58
35	524	60

PC	PS	Percentil
36	530	62
37	536	64
38	541	65
39	547	67
40	552	69
41	559	71
42	564	73
43	570	75
44	575	76
45	582	78
46	589	80
47	594	81
48	601	83
49	607	84
50	614	86
51	620	87
52	628	88
53	635	90
54	642	91
55	650	92
56	658	93
57	667	94
58	674	95
59	683	96
60	693	96
61	703	97
62	712	98
63	723	98
64	735	99
65	746	99
66	759	99
67	770	99
68	783	99
69	789	99
70	794	99
71	800	99
72	805	99
73	811	99
74	816	99
75	822	99
76	828	99
77	833	99
78	839	99
79	844	99
80	850	99



Prueba de Matemática

PC	PS	Percentil
-14	150	1
-13	159	1
-12	168	1
-11	178	1
-10	187	1
-9	195	1
-8	205	1
-7	214	1
-6	223	1
-5	232	1
-4	257	2
-3	281	3
-2	304	5
-1	326	7
0	345	9
1	363	12
2	378	15
3	392	18
4	405	21
5	416	24
6	426	26
7	435	29
8	442	31
9	450	34
10	458	36
11	464	38
12	470	40
13	476	42
14	482	44
15	487	46
16	493	48
17	497	50
18	502	52
19	507	53
20	512	55
21	516	56
22	520	58
23	524	59
24	528	61
25	532	62
26	536	64
27	540	65
28	543	66

PC	PS	Percentil
29	548	67
30	551	68
31	554	70
32	558	71
33	562	72
34	565	73
35	569	74
36	572	75
37	576	76
38	580	77
39	583	78
40	587	79
41	591	80
42	594	81
43	598	82
44	602	83
45	606	84
46	609	85
47	614	85
48	618	86
49	623	87
50	627	88
51	631	89
52	636	89
53	640	90
54	645	91
55	650	92
56	656	93
57	661	93
58	667	94
59	673	95
60	680	95
61	686	96
62	694	96
63	702	97
64	713	98
65	725	98
66	739	99
67	767	99
68	795	99
69	822	99
70	850	99

Escala definitiva de transformación de notas de enseñanza media para el proceso de admisión 2006

A continuación se presenta la Tabla de Transformación de los promedios de las calificaciones de enseñanza media a escala de puntaje estándar definitiva para el actual proceso en curso.

Nota	Grupo A (C. H. Diurno)	Grupo B (C. H. Vespertino)	Grupo C (Técnico Profesional)
4.0	208	218	213
4.1	229	238	233
4.2	249	258	254
4.3	270	279	274
4.4	290	299	295
4.5	311	319	315
4.6	332	339	335
4.7	352	359	356
4.8	373	380	376
4.9	393	400	397
5.0	414	420	417
5.1	435	440	437
5.2	455	460	458
5.3	476	481	478
5.4	496	501	499
5.5	517	521	519
5.6	538	541	539
5.7	558	561	560
5.8	579	582	580
5.9	599	602	601
6.0	620	622	621
6.1	641	642	641
6.2	661	662	662
6.3	682	683	682
6.4	702	703	703
6.5	723	723	723
6.6	744	743	743
6.7	764	763	764
6.8	785	784	784
6.9	805	804	805
7.0	826	824	825

Para todos los efectos de cálculos de ponderaciones en la etapa de postulaciones a las distintas carreras que ofrecen las Universidades del H. Consejo de Rectores, se utilizará la tabla anterior.

GRUPO A: Enseñanza Media Científico-Humanista, Diurna. Incluye a los egresados de establecimientos diurnos de promoción anual y por ciclos y a los egresados de la Escuela Naval.

GRUPO B: Enseñanza Media Científico-Humanista de Adultos. Incluye a los egresados de establecimientos vespertinos y nocturnos, a los alumnos libres con exámenes de validación y a los alumnos con estudios parciales en el extranjero.

GRUPO C: Enseñanza Media Técnico-Profesional. Incluye a los egresados de Enseñanza Comercial, Industrial, Técnica, Agrícola y Marítima.

Cabe mencionar que el promedio de notas de enseñanza media se calcula sumando todas los promedios de notas en cada año de la enseñanza media y dividiéndolas por el total de notas. **NO SE APLICA UNA SUMA DE CADA AÑO DE ENSEÑANZA MEDIA (1°, 2°, 3° y 4°), Y LUEGO DIVIDIR POR CUATRO.**

Se recuerda además a las personas que actualmente están cursando 4° medio, que es obligación de los establecimientos educacionales incorporar sus notas al sistema de admisión.

EL MERCURIO Y TELEDUC PRESENTAN



Comunidad virtual para
la formación de Educadores

NUEVA TEMPORADA

CURSOS ON LINE PARA DOCENTES

- 1 Aplicaciones educativas de internet.
- 2 Selección y evaluación de recursos educativos informáticos.
- 3 Educación tecnológica para quinto año básico.
- 4 Educación tecnológica para primer año de enseñanza media.
- 5 La reforma curricular en la educación parvularia.
- 6 La integración en la educación regular.
- 7 Curso de perfeccionamiento para fortalecer los consejos escolares.
- 8 Materiales educativos para la sala de clases.
- 9 Estrategias de estudio y aprendizaje.

Inicio de los cursos: 26 de septiembre 2005

Informaciones y matrículas en:

www.mundoeducativo.cl • www.educacion.emol.com • teleduc@uc.cl
o llamando al 800 205050.

Matrículas para los socios del Club:

2421111 opción 2, de lunes a viernes de 8:30 a 18:30 hrs.

20%
DESCUENTO



USACH: Comprometida con la formación integral

Esta universidad, de 156 años de existencia, recibe a alumnos con altos puntajes, quienes se forman en valores humanistas y en una infraestructura que busca la formación integral.

La Universidad de Santiago de Chile, desde siempre, ha dado un sitio de importancia a su rol social, con lo que contribuye al desarrollo y crecimiento de una las instituciones del Estado con más experiencia en formar profesionales.

Durante sus 156 años de existencia, esta Casa de Estudios Superiores ha mantenido su compromiso con los valores humanistas, fortaleciendo el desarrollo integral de sus estudiantes. En la actualidad, más de 18 mil alumnos forman parte de la institución. La USACH cuenta con siete facultades, la Escuela de Arquitectura y un programa de Bachillerato. Además, se dictan 58 carreras de pregrado, 11 programas de doctorado, 36 magister y numerosos programas de Posgrados y Postítulos. Por su parte, el cuerpo docente está integrado por más de dos mil académicos, incluyendo 250 investigadores. En sus 200 laboratorios

docentes de pregrado y 106 laboratorios de investigación, los estudiantes participan en diferentes actividades relacionadas con la ciencia lo que ha generado proyectos estudiantiles, que involucran a distintas disciplinas, combinando el talento de los alumnos con sus ansias de aprender. También, la USACH ha dado un gran impulso a la integración internacional, a través de redes interinstitucionales y convenios de intercambio y colaboración con instituciones afines de Europa, América y Asia. En este sentido, la institución de educación posee un gran potencial que le permitirá ir a la par con los cambios que le impone la era digital y una economía basada en el conocimiento.

EL DESARROLLO DE LOS ESTUDIANTES

Por otro lado, colabora en el desarrollo de los estudiantes, a través de

actividades que van más allá de lo académico, en un campus único de 32 hectáreas, donde sin tener que salir del recinto universitario, pueden practicar algunas de las 19 disciplinas deportivas gratuitas con que cuenta. Asimismo, ofrece 49 talleres culturales en donde participan jóvenes que pertenecen a todas las carreras. En tanto, los grupos artísticos enriquecen la vida universitaria, con expresiones culturales, como música, danza y teatro. Además, destaca la formación estable del grupo Vocacional de Teatro de la universidad y la Tuna Mayor, con doce años de tradición musical. Esta es una muestra de integración estudiantil, al igual que los diversos talleres semestrales de pintura, escultura, grabado y folklore, entre otros, los que les permiten desarrollar sus talentos artísticos, más allá de su formación profesional.



Más de 18 mil estudiantes forman parte de Usach.

Ingresos 2005

Este año, en la USACH se matricularon 3.028 alumnos. De ese total, 2.627, es decir el 86,76 % lo hicieron con un puntaje ponderado superior a 600 puntos. La excelencia de los alumnos que se integraron en el año 2005 a esta institución de Educación Superior, la ubica en la tercera posición de puntajes promedio de ingreso, entre las universidades chilenas.



USACH

La Diferencia

la dan los años

- Facultad de Ciencias
- Facultad de Administración y Economía
- Facultad de Ingeniería
- Facultad de Ciencias Médicas
- Facultad de Tecnología
- Facultad de Químicos y Biología
- Facultad de Humanidades
- Programa de Bachillerato
- Escuela de Arquitectura

58 carreras de Pregrado

11 Programas de Doctorado

36 Programas de Magister

156
años
USACH



Alameda Lib. Bdo. O'Higgins 3363

◆◆◆ Estación Central

◆◆◆ Universidad de Santiago

Mesa Central (2) 681 11 00

www.universidaddesantiago.cl